

Avertissement : dans cette fiche on utilise des notations et du vocabulaire du programme de première **sans définir les notions**, sans dire à quoi elles servent, sans les justifier.

L'objectif est juste de faire des études de signes qui ressemblent à certaines demandées en première.

Rappels sur les études de signes : exercice préliminaire pour prendre un bon départ

Vous cachez les réponses, vous faites puis vous vous corrigez ... à maîtriser avant de passer à la suite !

1. **Signe de $mx + p$** : une formulation mnémotechnique $mx + p$ est du « signe de m à droite du zéro »
Cette formulation n'est pas très précise mais facile à retenir.

Exemple 1 : signe de $-5x + 20$

$$-5x + 20 = 0 \Leftrightarrow -5x = -20 \Leftrightarrow x = -\frac{20}{-5} \Leftrightarrow x = 4$$

Valeur de x	$-\infty$		4		$+\infty$
$-5x + 20$		+	0	-	
forme $mx + p$ avec $m = -5$		signe de $-m$		signe de m	

Exemple 2 : signe de $5x + 20$

$$5x + 20 = 0 \Leftrightarrow 5x = -20 \Leftrightarrow x = \frac{20}{-5} \Leftrightarrow x = -4$$

Valeur de x	$-\infty$		-4		$+\infty$
$5x + 20$		-	0	+	
forme $mx + p$ avec $m = 5$		signe de $-m$		signe de m	

Exemple 3 : signe de x

Valeur de x	$-\infty$		0		$+\infty$
x		-	0	+	
$x = 1x + 0$ on retrouve la forme $mx + p$ avec $m = 1$ et $p = 0$					

Exemple 4 : signe de $-x$

Valeur de x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-x$		+	0	-	
$-x = -1x + 0$ on retrouve la forme $mx + p$ avec $m = -1$ et $p = 0$					

Exemple 5 : signe de $8x$

Valeur de x	$-\infty$		0		$+\infty$
$8x$		-	0	+	
forme $mx + p$ avec $m = 8$ et $p = 0$		signe de $-m$		signe de m	

Exemple 6 : signe de $A(x) = -5$

Valeur de x	$-\infty$		$+\infty$
$A(x)$		-	

Pour toutes les valeurs de x , $A(x)$ vaut -5 donc le résultat de $A(x)$ est strictement négatif.

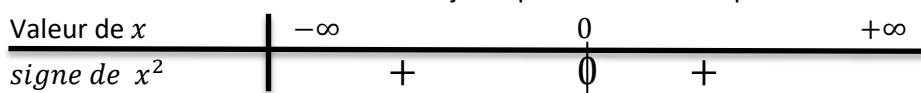
2. Signe du résultat d'un carré

Le résultat d'un carré est toujours positif (fréquemment, il peut valoir 0)

Attention ... ce n'est pas parce qu'une expression contient un carré qu'elle est écrite comme le résultat d'un carré
 $-3x^2$ n'est pas le résultat d'un carré à cause de la règle des priorités : $-3x^2 = -3 \times x^2$ (multiplication en dernier)
 $x^2 - 5$ n'est pas le résultat d'un carré car la dernière opération effectuée est la soustraction

Exemple 1 : signe de x^2

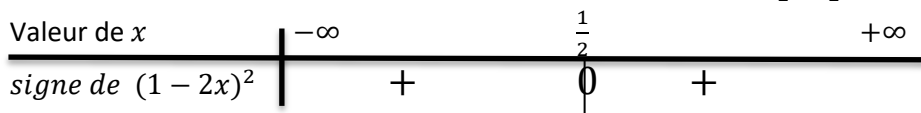
x^2 est le résultat d'un carré donc toujours positif. Il s'annule pour $x = 0$



Exemple 2 : signe de $(1 - 2x)^2$

$(1 - 2x)^2$ est le résultat d'un carré donc toujours positif.

Il s'annule pour $1 - 2x = 0$ donc $-2x = -1$ donc $x = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$



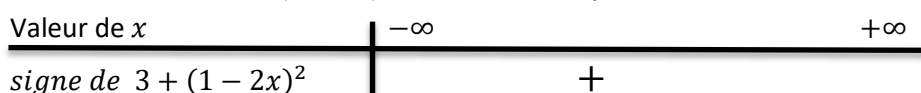
3. D'autres expressions de signes constants (le signe ne change jamais)

Par exemple, la somme de deux nombres positifs est toujours positive
la somme de deux nombre négatifs est toujours négatives

Exemple 1 : signe de $3 + (1 - 2x)^2$

- $(1 - 2x)^2$ est le résultat d'un carré donc toujours positif.
- 3 est un nombre strictement positif

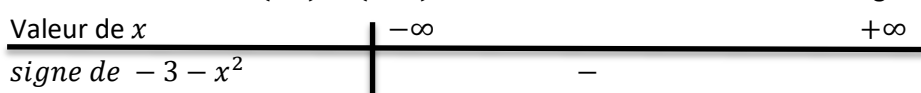
donc leur somme $3 + (1 - 2x)^2$ est strictement positive



Exemple 2 : signe de $-3 - x^2$

- $-x^2 = -1 \times x^2$ est le résultat de -1 (négatif) multiplié par x^2 (positif) d'après la règle des signes, le résultat est toujours positif.
- -3 est un nombre strictement négatif

Comme $-3 - x^2 = (-3) + (-x^2)$ est une somme de deux nombres négatifs donc négative.



Attention : $-a$ ne désigne pas forcément un nombre négatif (cela dépend de la valeur de a)
 $-a$ est l'écriture abrégée de $-1 \times a$

de même, le résultat de $2 + 3a$ peut être négatif (par exemple pour $a = -5$)

Il n'existe pas de généralité pour la somme d'un nombre négatif et d'un nombre positif

le signe de $x^2 + 3x$ va dépendre de la valeur de x (car le résultat de $3x$ peut être négatif ou positif)

4. Utilisation de tableau de signes

Souvent pour remplir la dernière ligne, on utilise la règle des signes. Comme la règle des signes s'applique aux divisions et multiplications, il est alors indispensable que l'expression soit auparavant factorisée et/ou réduite au même dénominateur.

Exemple 1 : signe de $A(x) = (1 - 2x)^2 - (1 - 2x)(-3x + 4)$
 $A(x) = (1 - 2x)(1 - 2x) - (1 - 2x)(-3x + 4) = (1 - 2x)((1 - 2x) - (-3x + 4))$
 $= (1 - 2x)(1 - 2x - 3x - 4) = (1 - 2x)(x - 3)$

Valeur de x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
signe de $1 - 2x$ forme $mx + p$ avec $m = -2$	+	0	-	-
	signe de $-m$		signe de m	signe de m
signe de $x - 3$ forme $mx + p$ avec $m = 1$	-	-	0	+
	signe de $-m$		signe de $-m$	signe de m
signe de $(1 - 2x)(x - 3)$	-	0	+	-

Exemple 2 : signe de $B(x) = \frac{1}{x+2} - \frac{2}{x+1}$
 $B(x) = \frac{1}{x+2} - \frac{2}{x+1} = \frac{1(x+1)}{(x+2)(x+1)} - \frac{2(x+2)}{(x+2)(x+1)} = \frac{x+1-2x-4}{(x+2)(x+1)} = \frac{-x-3}{(x+2)(x+1)}$

Valeur de x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
signe de $-x - 3$ forme $mx + p$ avec $m = -1$	+	0	-	-	-
	signe de $-m$		signe de m	signe de m	signe de m
signe de $x + 2$ forme $mx + p$ avec $m = 1$	-	-	0	+	+
	signe de $-m$		signe de $-m$	signe de m	signe de m
signe de $x + 1$ forme $mx + p$ avec $m = 1$	-	-	-	0	+
	signe de $-m$		signe de $-m$	signe de $-m$	signe de m
signe de $B(x)$	+	0	-	+	-

Planter le décor (notion de première)

Fonctions polynômes

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ avec $a \neq 0$

... et ainsi de suite ...

est dite *fonction polynôme du premier degré*

est dite *fonction polynôme du second degré*

est dite *fonction polynôme du troisième degré*

Exemples

La fonction carré est une *fonction polynôme de degré 2* puisque $f(x) = x^2$

La fonction cube est une *fonction polynôme de degré 3* puisque $f(x) = x^3$

Contre-exemples (admis)

La fonction *racine carrée* n'est pas une fonction polynôme car définie par $f(x) = \sqrt{x}$

La fonction *inverse* n'est pas une fonction polynôme car définie par $f(x) = \frac{1}{x}$ (division par x)

Fonction dérivée d'une fonction polynôme (attention ... ce n'est pas une définition !)

Soit f une fonction polynôme. Comme toute fonction polynôme, f peut être définie sur $\mathbb{R}$.

A partir de chaque fonction polynôme f , on peut calculer une **autre** fonction appelée « fonction dérivée de f ».

La fonction dérivée de f est notée f' .

Vocabulaire On dira que « f est dérivable sur $\mathbb{R}$ » pour signifier que $f'(x)$ existe pour tous les réels x .

Règle : Une fonction polynôme est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

Savoir dériver une fonction polynôme (notion de première)

- Dérivée d'une fonction affine pour $f(x) = mx + p$ on a : $f'(x) = m$
 - Dérivée de la fonction carré pour $f(x) = x^2$ on a : $f'(x) = 2x$
 - Dérivée de la fonction cube pour $f(x) = x^3$ on a : $f'(x) = 3x^2$
- ... et ainsi de suite ...
- Pour $f(x) = x^4$ on a : $f'(x) = 4x^3$
Pour $f(x) = x^5$ on a : $f'(x) = 5x^4$
Pour $f(x) = x^n$ avec n entier et $n \geq 2$ on a : $f'(x) = n x^{n-1}$

Ex 1 : Soit $f(x) = x^7$ $g(x) = x^6$ $h(x) = x^{85}$ $p(x) = 7x - 11$ $q(x) = -45x$ $r(x) = 14$
1. Calculer $f'(x)$, $g'(x)$, $h'(x)$, $p'(x)$, $q'(x)$ et $r'(x)$
2. Calculer (attention ... bien lire !) $f'(-1)$ $g(-1)$ $h'(-1)$ $p'(-1)$ $q(-1)$ $r(-1)$ $r'(-1)$

Règle (qui sera énoncée de manière plus générale en première)

k étant un nombre **fixé** (il ne dépend pas de x) et u une fonction polynôme

Pour n entier avec $n \geq 2$ la fonction $x \mapsto k \times u(x)$ a pour dérivée la fonction $x \mapsto k \times u'(x)$

Souvent, on écrit cette règle sous la forme $(\text{nombre} \times u)' = \text{nombre} \times u'$

Ex 2 $f(x) = -5x^2$ $g(x) = 6x^3$ $q(x) = -10x^6$
Calculer $f'(x)$ $g'(x)$ $q'(x)$

Règle (qui sera énoncée de manière plus générale en première car elle ne se limite pas aux fonctions polynômes)

u et v étant deux fonctions polynômes

la fonction $x \mapsto u(x) + v(x)$ a pour dérivée la fonction $x \mapsto u'(x) + v'(x)$

Souvent, on écrit cette règle sous la forme $(u + v)' = u' + v'$

On peut aussi l'énoncer : « la **dérivée d'une somme** est la **somme des dérivées** »

Dériver une fonction polynôme (apprentissage en partant d'exemples ... formalisation en première)

Exemple 1 :

Pour $u(x) = -5x^2$ on a : $u'(x) = -5 \times 2x = -10x$

Pour $v(x) = 7x - 4$ on a : $v'(x) = 7$

Comme « la **dérivée d'une somme** est la **somme des dérivées** »

Donc pour $f(x) = -5x^2 + 7x - 4$ on a : $f'(x) = -10x + 7$

Exemple 2 :

Pour $u(x) = 11x^3$ on a : $u'(x) = 11 \times 3x^2 = 33x^2$

Pour $v(x) = -9x^2$ on a : $v'(x) = -9 \times 2x = -18x$

Pour $w(x) = 6x - 1$ on a : $w'(x) = 6$

Comme « **la dérivée d'une somme est la somme des dérivées** »

Donc pour $f(x) = 11x^3 - 9x^2 + 6x - 1$ on a : $f'(x) = 33x^2 - 18x + 6$

Savoir étudier le signe d'une dérivée

Ex 3 : Savoir dériver une fonction polynôme et étudier le signe de la dérivée

Pour chacune des fonctions suivantes, la dériver puis étudier le signe de la dérivée.

a. $f(x) = -3x^2 + 7x$

b. $r(x) = -5x + 11$

c. $h(x) = -x^3 + 4x$

d. $i(x) = x(4 - x)$

e. $j(x) = 7x + 3$

f. $w(x) = 3x^3 - 15x^2 + 25x + 9$

g. $k(x) = 2x^2 + x$

h. $n(x) = \frac{-3x^2 + 5x}{7}$

i. $b(x) = -2x^4 + 8x^3$

Ex 4 : Savoir calculer un nombre dérivé

1. f la fonction définie par $f(x) = 4x^4 - 3x^3 + x^2 + 4$

calculer $f'(-2)$

2. g la fonction définie par $g(x) = 9x^2 - 5x + 1$

calculer $g'(-2)$

3. d la fonction définie par $d(x) = x^2 - 5x + 3$

calculer $d(-2)$

4. h la fonction définie par $h(x) = x$

calculer $h'(-2)$

Pour se corriger

Exercice 1

Question 1

1. Récapitulons le mécanisme

La fonction f telle que $f(x) = x^2$	a pour fonction dérivée	la fonction f' telle que $f'(x) = 2x^{2-1} = 2x^1 = 2x$
La fonction f telle que $f(x) = x^3$	a pour fonction dérivée	la fonction f' telle que $f'(x) = 3x^{3-1} = 3x^2$
La fonction f telle que $f(x) = x^4$	a pour fonction dérivée	la fonction f' telle que $f'(x) = 4x^{4-1} = 4x^3$
La fonction f telle que $f(x) = x^5$	a pour fonction dérivée	la fonction f' telle que $f'(x) = 5x^{5-1} = 5x^4$
La fonction f telle que $f(x) = x^6$	a pour fonction dérivée	la fonction f' telle que $f'(x) = 6x^{6-1} = 6x^5$
La fonction f telle que $f(x) = x^7$	a pour fonction dérivée	la fonction f' telle que $f'(x) = 7x^{7-1} = 7x^6$
La fonction f telle que $f(x) = x^{85}$	a pour fonction dérivée	la fonction f' telle que $f'(x) = 85x^{85-1} = 85x^{84}$

donc $f'(x) = 2x$

$g'(x) = 6x^5$

$h'(x) = 85x^{84}$

2. **A savoir :** Soit f une fonction affine, il existe donc deux réels m et p tels que : $f(x) = mx + p$

a) f est définie sur $\mathbb{R}$ (cela veut dire que $f(x)$ existe pour tous les nombres réels)

b) f' est dérivable sur $\mathbb{R}$ (cela veut dire que $f'(x)$ existe pour tous les nombres réels)

c) $f'(x) = m$

Les fonctions affines sont des fonctions polynômes du premier degré.

$p(x) = 7x - 11$

on reconnaît la forme $mx + p$ avec $m = 7$ et $p = -11$

donc $w'(x) = 7$

$q(x) = -45x + 0$

on reconnaît la forme $mx + p$ avec $m = -45$ et $p = 0$

donc $q'(x) = -45$

$r(x) = 14 = 0x + 14$

on reconnaît la forme $mx + p$ avec $m = 0$ et $p = 14$

donc $r'(x) = 0$

$t(x) = -x = -1 \times x + 0$

on reconnaît la forme $mx + p$ avec $m = -1$ et $p = 0$

donc $t'(x) = -1$

Question 2 **Attention, il est obligatoire de calculer la fonction dérivée avant de remplacer la variable par la valeur**

$$f'(x) = 7x^6 \quad \text{donc} \quad f'(-1) = 7(-1)^6 = 7 \times 1 = 7$$

$$g(x) = x^7 \quad \text{donc} \quad g(-1) = (-1)^7 = -1$$

$$h'(x) = 85x^4 \quad \text{donc} \quad h'(-1) = 85 \times (-1)^4 = 85 \times 1 = 85$$

$$p'(x) = 7 \quad \text{donc} \quad p'(-1) = 7 \quad \text{Il n'y a pas de } x \text{ dans la formule de } p(x) \dots \text{ le résultat est toujours } 7$$

$$r(x) = 14 \quad \text{donc} \quad r(-1) = 0$$

$$r'(x) = 0 \quad \text{donc} \quad r'(-1) = 0$$

Exercice 2

- $f(x) = -5 \times x^2$ donc $f'(x) = -5 \times 2x = -10x$
- $g(x) = 6 \times x^3$ donc $g'(x) = 6 \times 3x^2 = 18x^2$
- $q(x) = -10 \times x^6$ donc $q'(x) = -10 \times 6x^5 = -60x^5$

Exercice 3 : Savoir dériver une fonction polynôme et le signe de la dérivée

Question a

Calcul de la dérivée

$$f(x) = -3x^2 + 7x$$

f est une fonction polynôme donc

- f est définie sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $f(x)$ pour tous les réels x
- f est dérivable sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $f'(x)$ pour tous les réels x

$$\begin{aligned} \text{On pose :} \quad u(x) &= -3 \times x^2 & \text{donc} \quad u'(x) &= -3 \times 2x = -6x \\ v(x) &= 7x \text{ de la forme } mx + p \text{ avec } m = 7 & \text{donc} \quad v'(x) &= 7 \end{aligned}$$

$$\text{or } (u + v)' = u' + v'$$

$$\text{donc } f'(x) = -6x + 7$$

Tableau de signes de $f'(x)$

Valeur de x	$-\infty$		$\frac{7}{6}$		$+\infty$
$f'(x) = -6x + 7$			0		
forme $mx + p$ avec $m = -6$					
			signe de $-m$		signe de m

Question b

Calcul de la dérivée

$$r(x) = -5x + 11$$

On reconnaît la forme $mx + p$ avec $m = -5$ et $p = 11$ donc r est une fonction affine donc r est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

$$\text{donc } r'(x) = -5$$

Tableau de signes de $r'(x)$

Valeur de x	$-\infty$		$+\infty$
$r'(x) = -5$			

Question c

Calcul de la dérivée

$$h(x) = -x^3 - 4x$$

h est une fonction polynôme donc

- h est définie sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $h(x)$ pour tous les réels x
- h est dérivable sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $h'(x)$ pour tous les réels x

On pose : $u(x) = -1 \times x^3$

donc $u'(x) = -1 \times 3x^2 = -3x^2$

$v(x) = -4x$ de la forme $mx + p$ avec $m = -4$

donc $v'(x) = -4$

or $(u + v)' = u' + v'$

donc $h'(x) = -3x^2 - 4$

Tableau de signes de $h'(x)$

$$h'(x) = -3x^2 - 4 = -3x^2 + (-4)$$

$h'(x)$ est la somme de deux nombres négatifs donc est négatif (et ne s'annule pas sinon on aurait $x^2 = -\frac{4}{3}$)

$h'(x) \leq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

Autre argumentation possible :

Comme $x^2 \geq 0$ en multipliant chaque membre par -4 (négatif non nul)

$-3x^2 \leq 0$ en ajoutant -4 à chaque membre

$$-3x^2 - 4 \leq 0$$

Valeur de x	$-\infty$		$+\infty$
$h'(x)$		—	

Question d

Calcul de la dérivée

$$i(x) = x(4 - x) = 4x - x^2$$

i est une fonction polynôme donc

- i est définie sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $i(x)$ pour tous les réels x
- i est dérivable sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $i'(x)$ pour tous les réels x

On pose : $u(x) = 4x$ de la forme $mx + p$ avec $m = 4$ et $p = 0$ donc $u'(x) = 4$

$v(x) = -1 \times x^2$

donc $v'(x) = -1 \times 2x = -2x$

or $(u + v)' = u' + v'$

donc $i'(x) = 4 - 2x$

Tableau de signes de $i'(x)$

Valeur de x	$-\infty$		2		$+\infty$
$i'(x) = 4 - 2x$		+	0	—	
forme $mx + p$ avec $m = -2$		signe de $-m$		signe de m	

Question e

Calcul de la dérivée

$$j(x) = 7x + 3$$

On reconnaît la forme $mx + p$ avec $m = 7$ et $p = 3$

donc j est une application affine

- j est définie sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $j(x)$ pour tous les réels x
- j est dérivable sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $j'(x)$ pour tous les réels x

donc $j'(x) = 7$

Tableau de signes de $j'(x)$

Valeur de x	$-\infty$		$+\infty$
$j'(x)$		+	

Question f

Calcul de la dérivée

$$w(x) = 3x^3 - 15x^2 + 25x + 9$$

w est une fonction polynôme donc

- w est définie sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $w(x)$ pour tous les réels x
- w est dérivable sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $w'(x)$ pour tous les réels x

On pose : $u(x) = 3 \times x^3$ donc $u'(x) = 3 \times 3x^2 = 9x^2$
 $v(x) = -15 \times x^2$ donc $v'(x) = -15 \times 2x = -30x$
 $w(x) = 25x + 9$ de la forme $mx + p$ avec $m = 25$ donc $w'(x) = 25$

or « la dérivée d'une somme est la somme des dérivées »

donc $w'(x) = 9x^2 - 30x + 25$

Tableau de signes de $w'(x)$

$$w'(x) = 9x^2 - 30x + 25 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + (5)^2 = (3x - 5)^2$$

Le résultat d'un carré est toujours positif.

De plus, $(3x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

Valeur de x	$-\infty$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$w'(x) = (3x - 5)^2$		+	0	+	

Question g

Calcul de la dérivée

$$k(x) = 2x^2 + x$$

k est une fonction polynôme donc

- k est définie sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $k(x)$ pour tous les réels x
- k est dérivable sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $k'(x)$ pour tous les réels x

On pose : $u(x) = 2 \times x^2$ donc $u'(x) = 2 \times 2x = 4x$
 $v(x) = x$ de la forme $mx + p$ avec $m = 1$ et $p = 0$ donc $v'(x) = 1$

or $(u + v)' = u' + v'$

donc $k'(x) = 4x + 1$

Tableau de signes de $i'(x)$

Valeur de x	$-\infty$		$-\frac{1}{4}$		$+\infty$
$k'(x) = 4x + 1$		-	0	+	
forme $mx + p$ avec $m = 4$		signe de $-m$		signe de m	

Question h

Calcul de la dérivée

$$n(x) = \frac{-3x^2 + 5x}{7} = -\frac{3x^2}{7} + \frac{5x}{7} = -\frac{3}{7}x^2 + \frac{5}{7}x$$

n est une fonction polynôme donc

- n est définie sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $n(x)$ pour tous les réels x

- n est dérivable sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $n'(x)$ pour tous les réels x

On pose : $u(x) = -\frac{3}{7} \times x^2$ donc $u'(x) = -\frac{3}{7} \times 2x = -\frac{6x}{7}$
 $v(x) = \frac{5}{7}x$ de la forme $mx + p$ avec $m = \frac{5}{7}$ et $p = 0$ donc $v'(x) = \frac{5}{7}$
 or $(u + v)' = u' + v'$
 donc $n'(x) = -\frac{6x}{7} + \frac{5}{7} = \frac{-6x+5}{7}$

Tableau de signes de $n'(x)$

$$\begin{aligned} n'(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{-6x+5}{7} = 0 && \text{en multipliant chaque membre par 7 (qui est non nul)} \\ &\Leftrightarrow -6x + 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow -6x = -5 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

Valeur de x	$-\infty$		$\frac{5}{6}$		$+\infty$
$n'(x) = -\frac{6x}{7} + \frac{5}{7}$			0		
forme $mx + p$ avec $m = -\frac{6}{7}$		+		-	
		signe de $-m$		signe de m	

Question i

Calcul de la dérivée

$$b(x) = -2x^4 + 8x^3$$

b est une fonction polynôme donc

- b est définie sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $b(x)$ pour tous les réels x
- b est dérivable sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $b'(x)$ pour tous les réels x

On pose : $u(x) = -2 \times x^4$ donc $u'(x) = -2 \times 4x^3 = -8x^3$
 $v(x) = 8 \times x^3$ donc $v'(x) = 8 \times 3x^2 = 24x^2$
 or $(u + v)' = u' + v'$
 donc $b'(x) = -8x^3 + 24x^2$

Tableau de signes de $b'(x)$

$$b'(x) = -8x^3 + 24x^2 = -8 \times x \times x \times x + 24 \times x \times x = x^2(-8x + 24)$$

x^2 est toujours positif et s'annule pour $x = 0$

Valeur de x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
signe de x^2	+	0	+	+
signe de $-8x + 24$	+	+	0	-
forme $mx + p$ avec $m = -8$	signe de $-m$	signe de $-m$	signe de m	
signe de $b'(x)$	+	0	+	-

Exercice 4 : Savoir calculer un nombre dérivé

En première, on vous donnera une définition et une interprétation graphique d'un nombre dérivé.

Et justement, la dérivée d'une fonction permet d'avoir une formule pour les trouver plus facilement qu'avec la définition : pour une fonction f dérivable sur un intervalle I , le nombre dérivé de f en a est $f'(a)$.

le nombre dérivé est donc l'image de a par la fonction f'

Question 1 $f(x) = 4x^4 - 3x^3 + x^2 + 4$

Calcul de la fonction dérivée

f est une fonction polynôme donc

- f est définie sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $f(x)$ pour tous les réels x
- f est dérivable sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $f'(x)$ pour tous les réels x

On pose :

$$\begin{array}{ll} u(x) = 4 \times x^4 & \text{donc } u'(x) = 4 \times 4x^3 = 16x^3 \\ v(x) = -3 \times x^3 & \text{donc } v'(x) = -3 \times 3x^2 = -9x^2 \\ w(x) = x^2 & \text{donc } w'(x) = 2x \\ z(x) = 4 = 0x + 4 & \text{donc } z'(x) = 0 \end{array}$$

or « **la dérivée d'une somme est la somme des dérivées** »

donc $f'(x) = 16x^3 - 9x^2 + 2x$

Nombre dérivé de f en -2 (dit autrement calcul de $f'(-2)$)

$$f'(-2) = 16(-2)^3 - 9(-2)^2 + 2(-2) = -128 - 36 - 4 = -168$$

Question 2 $g(x) = 9x^2 - 5x + 1$

Calcul de la fonction dérivée

g est une fonction polynôme donc

- g est définie sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $g(x)$ pour tous les réels x
- g est dérivable sur $\mathbb{R}$: on peut calculer $g'(x)$ pour tous les réels x

On pose :

$$\begin{array}{ll} u(x) = 9 \times x^2 & \text{donc } u'(x) = 9 \times 2x = 18x \\ v(x) = -5x + 1 \text{ de la forme } mx + p \text{ avec } m = -5 & \text{donc } v'(x) = -5 \end{array}$$

or « **la dérivée d'une somme est la somme des dérivées** »

donc $g'(x) = 18x - 5$

Nombre dérivé de g en -2 (dit autrement calcul de $g'(-2)$)

$$g'(-2) = 18(-2) - 5 = -41$$

Question 3 $d(x) = x^2 - 5x + 3$ donc $d(-2) = (-2)^2 - 5(-2) + 3 = 17$

Ceux qui ont trouvé -9 ne savent pas lire : on demande $d(-2)$ et non pas $d'(-2)$

Et ceux qui ont trouvé -9 car ils se sont dit « *c'est encore le prof qui a bogué dans l'énoncé* » sont des mauvaises langues.

Question 4 $h(x) = x = 1x + 0$ on reconnaît la forme $mx + p$ avec $m = 1$ et $p = 0$ donc $h'(-2) = 1$