

Formules par cœur

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

- Rappel : $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ cela revient à dire que $\vec{x} = x \vec{i} + y \vec{j}$
- $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{variation des abscisses de A à B} \\ \text{variation des ordonnées de A à B} \end{pmatrix}$

Les coordonnées d'un point indiquent une **position** dans le plan

Tandis que les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ indiquent la variation des abscisses et la variation des ordonnées pour aller de A à B.

- $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$ car le repère est ortho**normé**

Dans un repère orthonormé, $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ sa norme est $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(x_{\overrightarrow{AB}})^2 + (y_{\overrightarrow{AB}})^2} \text{ bien faire le lien avec la norme}$$

- Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ le déterminant de ces deux vecteurs est le nombre $xy' - x'y$

On le note $\det(\vec{u}; \vec{v})$ ou encore $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$ et donc : $\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$

- Les coordonnées de K le milieu de [AB] $x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$

- La **pente** de la droite (AB) est le nombre : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\text{Variation des ordonnées}}{\text{Variation des abscisses}}$

La pente n'existe que si $x_B \neq x_A$

c'est-à-dire la pente n'existe que quand la droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées.

Exercice $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé.

$$E(5; -2) \quad F(-3; -7) \quad \vec{u}(2; -1)$$

- Calculer les coordonnées de $2\vec{i} - 5\vec{j}$
- Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{EF}$
- Calculer $\|\overrightarrow{EF}\|$
- Calculer EO
- Calculer la pente de (OF)
- Calculer $\det(\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{EF})$
- Calculer les coordonnées de P le milieu de [EF]
- Trouver les coordonnées de H tel que : $\overrightarrow{EH} + 2\overrightarrow{FH} = \vec{0}$ (attention à la rédaction !)

Pour se corriger

Question a Comme $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est le repère : $\vec{i}(1; 0)$ et $\vec{j}(0; 1)$

Donc $2\vec{i} - 5\vec{j}(2 \times 1 - 5 \times 0; 2 \times 0 - 5 \times 1)$ donc $2\vec{i} - 5\vec{j}(2; -5)$

Question b $\overrightarrow{EF}(x_F - x_E; y_F - y_E) = (-3 - 5; -7 - (-2)) = (-8; -5)$

Question c $\|\overrightarrow{EF}\| = \sqrt{x_{EF}^2 + y_{EF}^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-5)^2} = \sqrt{89}$

Question d Comme $(O; \vec{i}, \vec{j})$ le point 0 a pour coordonnées $(0; 0)$

$\overrightarrow{EO}(0 - 5; 0 - (-2)) = (-5; 2)$ donc $EO = \sqrt{(-5)^2 + 2^2} = \sqrt{29}$

Question e La pente de (OE) : $m = \frac{y_E - y_O}{x_E - x_O} = \frac{-2 - 0}{5 - 0} = -\frac{2}{5}$

Question f $\overrightarrow{OE}(5; -2)$ et $\overrightarrow{OF}(-3; -7)$ donc $\det(\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OF}) = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -2 & -7 \end{vmatrix} = 5(-7) - (-2)(-3) = -41$

Question g $x_P = \frac{1}{2}(x_E + x_F) = \frac{1}{2}(5 + (-3)) = 1$ et $y_P = \frac{1}{2}(y_E + y_F) = \frac{1}{2}(-2 + (-7)) = -\frac{5}{2}$ donc $P\left(1; -\frac{5}{2}\right)$

Question h $\overrightarrow{EH}\begin{pmatrix} x_H - 5 \\ y_H + 2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix} x_H + 3 \\ y_H + 7 \end{pmatrix}$ $\vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{EH} + 2\overrightarrow{FH} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H - 5 + 2(x_H + 3) = 0 \\ y_H + 2 + 2(y_H + 7) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H = -\frac{1}{3} \\ y_H = -\frac{16}{3} \end{cases} \text{ donc } H\left(-\frac{1}{3}; -\frac{16}{3}\right)$$