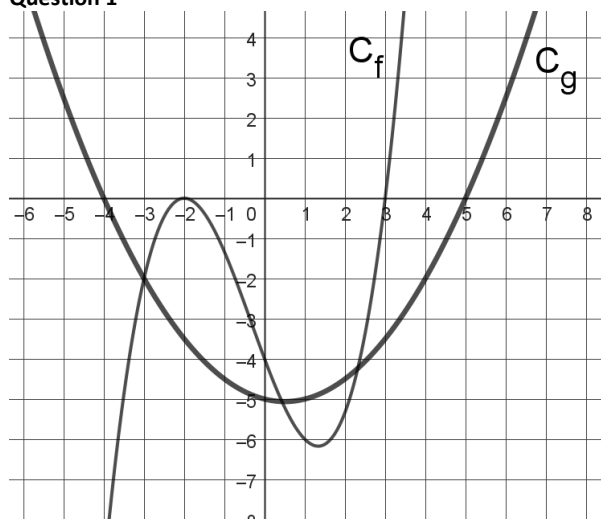
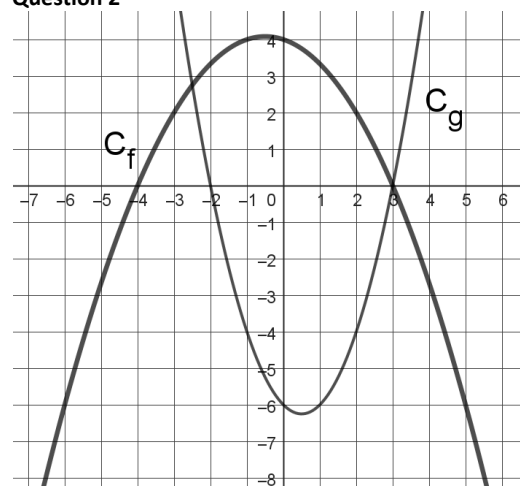


Ex 1 : Par lecture graphique, dresser le tableau de signes de $f(x)$, $g(x)$, $f(x) \times g(x)$, $\frac{f(x)}{g(x)}$, $\frac{g(x)}{f(x)}$

Question 1



Question 2



Ex 2 :

- Dans un même tableau, étudier le signe de $-5x + 7$, celui de $3x + 12$, celui de $(-5x + 7)(3x + 12)$, celui de $\frac{-5x+7}{3x+12}$
- Soit f la fonction définie par $f(x) = (-5x + 7)(3x + 12)$
 - Donner son ensemble de définition
 - On note C_f sa représentation graphique. Etudier la position de C_f par rapport à l'axe des abscisses.
- Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{-5x+7}{3x+12}$
 - Donner son ensemble de définition
 - Dresser le tableau de signes puis résoudre $g(x) < 0$ $g(x) \geq 0$ $g(x) > 0$ $g(x) = 0$ $g(x) \leq 0$

Ex 3 : Dresser le tableau de signe de $A(x) = (-2x + 4)(5x - 3)$ puis donner une interprétation graphique.

Ex 4 : Dresser le tableau de signe de $B(x) = (x + 7)^2 + x + 7$ et de $C(x) = -2(3x - 5)^2$

Ex 5 : Résoudre

- | | | | |
|--------------------|---------------------|---------------------------------|------------------------------------|
| a) $9x^2 \geq 16x$ | b) $9x^2 < 16x$ | c) $(x + 3)(1 - x) < (1 - x)^2$ | d) $(x + 3)(1 - x) \leq (1 - x)^2$ |
| e) $-3x - 2 < 0$ | f) $x^2 + 4 \geq 0$ | g) $x^2 + 4 \leq 0$ | h) $(3x + 4)(-7x - 1) \geq 0$ |

Ex 1 : Savoir lire graphiquement des tableaux de signes

Question 1

• Méthode :

- ✓ On cherche les points de C_f au-dessus de l'axe des abscisses
 - dans ce cas, leurs ordonnée $f(x)$ est strictement positif ce qui veut dire $f(x)$ de signe +
- ✓ On cherche les points de C_f en-dessous de l'axe des abscisses
 - dans ce cas, leurs ordonnée $f(x)$ est strictement négative ce qui veut dire $f(x)$ de signe -
- ✓ On cherche les points de C_f sur l'axe des abscisses
 - dans ce cas, leurs ordonnée $f(x)$ vaut 0

• Lectures dans sa « tête »

- ✓ Pour $x < -4$, C_f est en-dessous de l'axe des abscisses, $f(x) < 0$
- ✓ Pour $x = -4$, C_f coupe l'axe des abscisses, $f(x) = 0$
- ✓ Pour $-4 < x < 3$, C_f est en-dessous de l'axe des abscisses, $f(x) < 0$
- ✓ Pour $x = 3$, C_f coupe l'axe des abscisses, $f(x) = 0$
- ✓ Pour $x > 3$, C_f est au-dessus de l'axe des abscisses, $f(x) > 0$

• Tableau de signes de $f(x)$

Valeurs de x	$-\infty$	-4	3	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	0	0	+

• Tableau de signes de $g(x)$

Valeurs de x	$-\infty$	-4	5	$+\infty$
Positions relatives de C_g et de l'axe des abscisses	C_g en-dessous de l'axe des abscisses	C_g au-dessus de l'axe des abscisses	C_g en-dessous de l'axe des abscisses	
Signe de $g(x)$	+	0	0	+

• Tableau de signes de $f(x) \times g(x)$

Valeurs de x	$-\infty$	-4	-2	3	5	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	0	-	0	+	+
Signe de $g(x)$	+	0	-	-	0	+
Signe de $f(x) \times g(x)$	-	0	+	0	-	+

Règle des signes

Pour le signe de $f(x) \times g(x)$, on applique la règle des signes

un nombre $\times 0 = 0$

• Tableau de signes de $\frac{f(x)}{g(x)}$

Valeurs de x	$-\infty$	-4	-2	3	5	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	0	-	0	+	+
Signe de $g(x)$	+	0	-	-	0	+
Signe de $\frac{f(x)}{g(x)}$	-		+	0	-	+

Règle des signes

$\frac{0}{\text{nombre}} = 0$

~~un nombre~~
0

cela n'existe pas ...on met une double barre

- Tableau de signes de $\frac{g(x)}{f(x)}$

Valeurs de x	$-\infty$	-4	-2	3	5	$+\infty$
Signe de $f(x)$	—	—	—	—	—	—
Signe de $g(x)$	+	0	—	—	—	+
Signe de $\frac{f(x)}{g(x)}$	—	0	+	+	—	+

Règle des signes

~~$\frac{\text{un nombre}}{0}$~~ cela n'existe pas

$\frac{0}{\text{nombre}} = 0$

Question 2

- Tableau de signes de $f(x)$

Valeurs de x	$-\infty$	-4	3	$+\infty$
Positions relatives de C_f et de l'axe des abscisses	C_f en-dessous de l'axe des abscisses	C_f au-dessus de l'axe des abscisses	C_f en dessous de l'axe des abscisses	
Signe de $f(x)$	—	0	+	—

- Tableau de signes de $g(x)$

Valeurs de x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
Positions relatives de C_g et de l'axe des abscisses	C_g au-dessus de l'axe des abscisses	C_g en dessous de l'axe des abscisses	C_g au-dessus de l'axe des abscisses	
Signe de $g(x)$	+	0	—	+

- Tableau de signes de $f(x) \times g(x)$

Valeurs de x	$-\infty$	-4	-2	3	$+\infty$
Signe de $f(x)$	—	0	+	+	—
Signe de $g(x)$	+	+	0	—	+
Signe de $f(x) \times g(x)$	—	0	+	—	—

Règle des signes

- Tableau de signes de $\frac{f(x)}{g(x)}$

Valeurs de x	$-\infty$	-4	-2	3	$+\infty$
Signe de $f(x)$	—	0	+	+	—
Signe de $g(x)$	+	+	0	—	+
Signe de $\frac{f(x)}{g(x)}$	—	0	+	—	—

Règle des signes

- Tableau de signes de $\frac{g(x)}{f(x)}$

Valeurs de x	$-\infty$	-4	-2	3	$+\infty$		
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Signe de $g(x)$		$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
Signe de $\frac{g(x)}{f(x)}$		$-$	$+$	0	$-$	$+$	

Règle des signes

Ex 2 : Comprendre comment dresser un tableau de signes

Question 1

Tableau de signe de $-5x + 7$

Pour quelles valeurs de x , $-5x + 7$ est-il de signe $+$?

$$-5x + 7 \geq 0$$

$$-5x \geq -7$$

$$x \leq -\frac{7}{-5}$$

$$x \leq \frac{7}{5}$$

Chaque membre est divisé par -5 qui est négatif non nul

Pour quelles valeurs de x , $-5x + 7$ est-il de signe $-$?

$$-5x + 7 \leq 0$$

$$-5x \leq -7$$

$$x \geq -\frac{7}{-5}$$

$$x \geq \frac{7}{5}$$

Inutile ... c'est exactement le « contraire » de la colonne de gauche !

Interprétation de l'inéquation dans sa « tête » :

si $-5x + 7$ est de signe $+$ alors $x \leq \frac{7}{5}$

si $x \leq \frac{7}{5}$ alors $-5x + 7$ est de signe $+$

si $x = \frac{7}{5}$ alors $-5x + 7 = 0$

Valeurs de x	$-\infty$	Quand $x \leq \frac{7}{5}$	$\frac{7}{5}$	Quand $x \geq \frac{7}{5}$ est de signe $-$	$+\infty$
Signe de $-5x + 7$		$+$	0	$-$	

On porte le résultat de $-5x + 7$ pour $x = \frac{7}{5}$

Tableau de signes de $3x + 12$ (avec une rédaction possible en DS)

$3x + 12$ de signe $+$?

$$3x + 12 \geq 0$$

$$3x \geq -12$$

$$x \geq \frac{-12}{3}$$

$$x \geq -4$$

Chaque membre est divisé par 3 qui est positif non nul

$3x + 12$ de signe $-$?

$$x \leq -4$$

Valeurs de x	$-\infty$	-4	$+\infty$
Signe de $3x + 12$	$-$	0	$+$

Tableau de signes de $(-5x + 7) \times (3x + 12)$

Valeurs de x	$-\infty$	-4	$\frac{7}{5}$	$+\infty$
Signe de $-5x + 7$	+	+	0	-
Signe de $3x + 12$	-	0	+	+
Signe de $(-5x + 7) \times (3x + 12)$	-	0	0	-

Pour $x = -4$, $3x + 12$ vaut 0
donc $(-5x + 7)(3x + 12) = \text{nombre} \times 0 = 0$

Pour $x = -4$, $-5x + 7$ vaut 0
donc $(-5x + 7)(3x + 12) = 0 \times \text{nombre} = 0$

Tableau de signes de $\frac{-5x+7}{3x+12}$

Valeurs de x	$-\infty$	-4	$\frac{7}{5}$	$+\infty$
Signe de $-5x + 7$	+	+	0	-
Signe de $3x + 12$	-	0	+	+
Signe de $\frac{-5x+7}{3x+12}$	-		0	-

Pour $x = -4$, $3x + 12$ vaut 0
Donc $\frac{-5x+7}{3x+12} = \frac{\text{nombre}}{0}$ cela n'existe pas
on met une double barre pour le signifier.

Pour $x = \frac{7}{5}$, $-5x + 7$ vaut 0
donc $\frac{-5x+7}{3x+12} = \frac{0}{\text{nombre non nul}} = 0$

Question 2a Dans $(-5x + 7)(3x + 12)$ toutes les opérations sont toujours possibles
donc l'ensemble de définition de f est : $\mathbb{R}$ ce qui s'écrit aussi $] -\infty; +\infty[$

Question 2b d'après le tableau de signes de la question 1,
pour $x \in] -\infty; -4[\cup] \frac{7}{5}; +\infty[$ $f(x) < 0$ donc C_f est en-dessous de l'axe des abscisses
pour $x \in] -4; \frac{7}{5}[$ $f(x) > 0$ donc C_f est au-dessus de l'axe des abscisses
pour $x = -4$ et $x = \frac{7}{5}$ $f(x) = 0$ donc C_f coupe l'axe des abscisses

Question 3a La division par 0 n'existe pas donc $3x + 12$ doit être différent de 0
donc l'ensemble de définition de g est : $\mathbb{R} - \{-4\}$ ce qui s'écrit aussi $] -\infty; -4[\cup] -4; +\infty[$

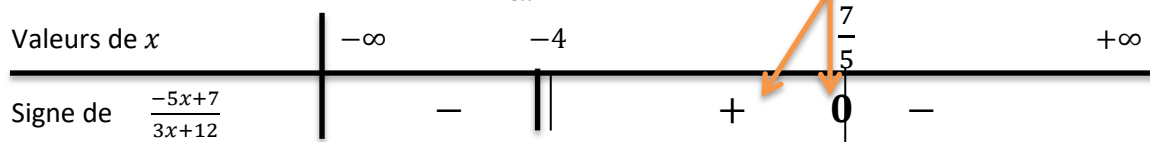
Question 3b Le tableau de signes de $g(x)$ permet de résoudre toutes ces inéquations (et accessoirement l'équation)

- Pour résoudre $g(x) < 0$, dans la ligne de $\frac{-5x+7}{3x+12}$ on cherche les signes - (0 non compris)

Valeurs de x	$-\infty$	-4	$\frac{7}{5}$	$+\infty$
Signe de $\frac{-5x+7}{3x+12}$	-		0	-

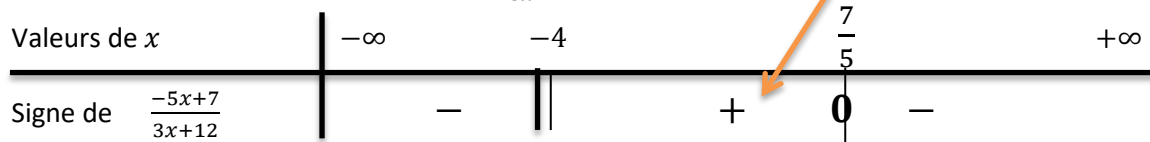
On lit les valeurs de x correspondantes. L'ensemble des solutions est $] -\infty; -4[\cup] \frac{7}{5}; +\infty[$

- Pour résoudre $g(x) \geq 0$, dans la ligne de $\frac{-5x+7}{3x+12}$ on cherche les signes + (0 compris)



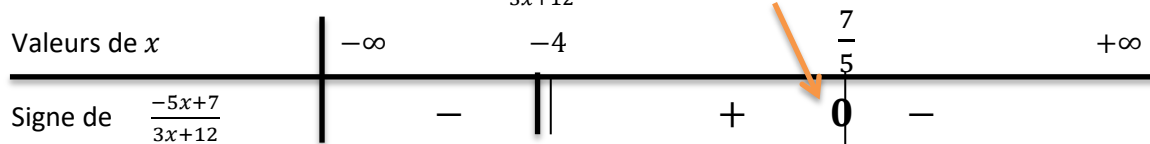
On lit les valeurs de x correspondantes. L'ensemble des solutions est $] -4 ; \frac{7}{5}]$

- Pour résoudre $g(x) > 0$, dans la ligne de $\frac{-5x+7}{3x+12}$ on cherche les signes + (0 non compris)



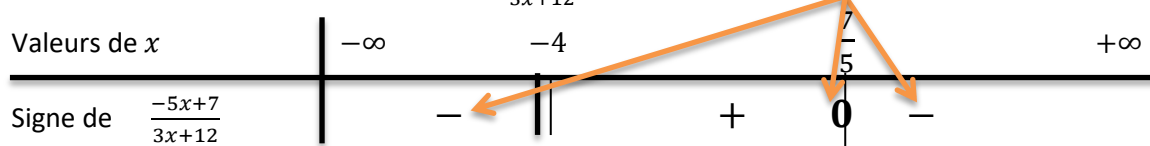
On lit les valeurs de x correspondantes. L'ensemble des solutions est $] -4 ; \frac{7}{5} [$

- Pour résoudre $g(x) = 0$, dans la ligne de $\frac{-5x+7}{3x+12}$ on cherche les 0



On lit les valeurs de x correspondantes. L'ensemble des solutions est $\left\{ \frac{7}{5} \right\}$

- Pour résoudre $g(x) \leq 0$, dans la ligne de $\frac{-5x+7}{3x+12}$ on cherche les signes - (0 compris)



On lit les valeurs de x correspondantes. L'ensemble des solutions est $] -\infty ; -4 [\cup \left[\frac{7}{5} ; \infty [$

Ex 3 : Savoir dresser un tableau de signes puis en donner une interprétation graphique

Etude du signe de $-2x + 4$

$-2x + 4$ positif ?

$$-2x + 4 \geq 0$$

$$-2x \geq -4$$

$$x \leq \frac{-4}{-2}$$

$$x \leq 2$$

Chaque membre est divisé par -2 qui est négatif non nul

$-2x + 4$ négatif ?

$$x \geq 2$$

Interprétation :

- pour $x \leq 2$, le résultat de la formule $-2x + 4$ est de signe +
- pour $x \geq 2$, le résultat de la formule $-2x + 4$ est de signe -

Etude du signe de $5x - 3$

$5x - 3$ positif ?

$$5x - 3 \geq 0$$

$$5x \geq 3$$

$$x \geq \frac{3}{5}$$

Chaque membre est divisé par 5 qui est positif non nul

$5x - 3$ négatif ?

$$x \leq \frac{3}{5}$$

Interprétation :

- pour $x \geq \frac{3}{5}$, le résultat de la formule $5x - 3$ est de signe +
- pour $x \leq \frac{3}{5}$, le résultat de la formule $5x - 3$ est de signe -

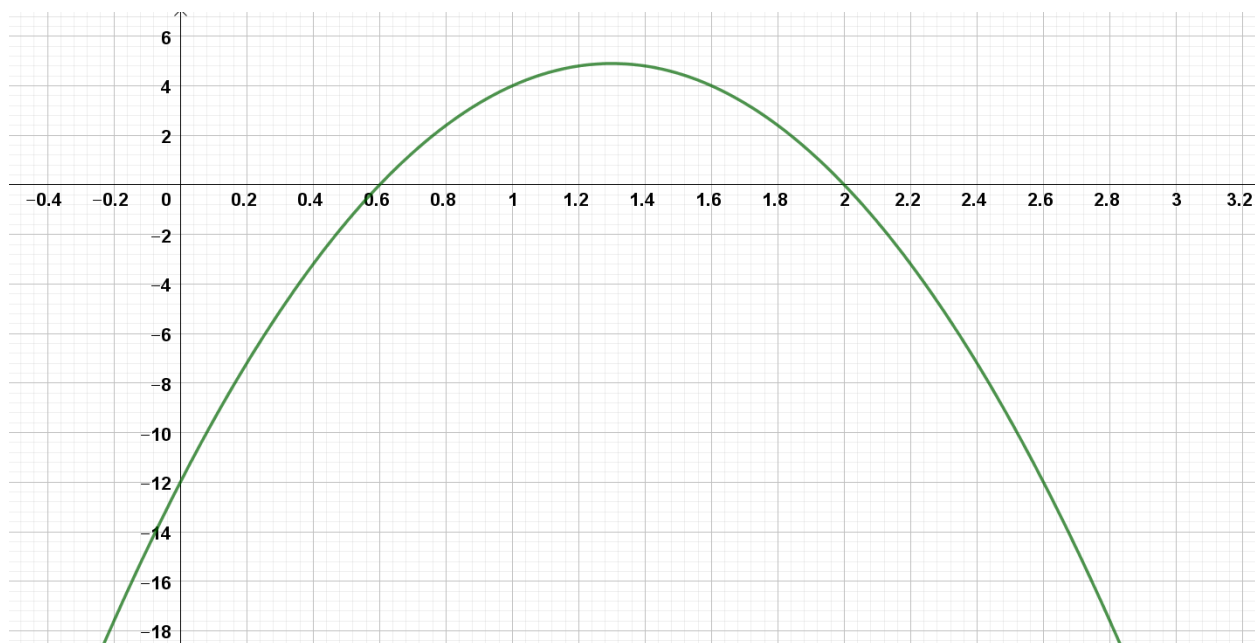
Valeurs de x	$-\infty$	$\frac{3}{5}$	2	$+\infty$	
Signe de $-2x + 4$	$+$	$+$	0	$-$	
Signe de $5x - 3$	$-$	0	$+$	$+$	
Signe de $(-2x + 4)(5x - 3)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Interprétation graphique

Soit C_A la courbe d'équation $y = A(x)$

- Pour $x \in] -4 ; \frac{3}{5} [\cup] 2 ; +\infty [$ $A(x) < 0$ donc C_A est en-dessous de l'axe des abscisses
- Pour $x \in] \frac{3}{5} ; 2 [$ $A(x) > 0$ donc C_A est au-dessus de l'axe des abscisses
- Pour $x = \frac{3}{5}$ ou $x = 2$ $A(x) = 0$ donc C_A coupe l'axe des abscisses

Courbe non demandée



Ex 4 : Savoir faire des tableaux de signes (rédaction possible de DS)

a) $B(x) = (x + 7)^2 + x + 7 = (x + 7) \times (x + 7) + 1 \times (x + 7) = (x + 7) \times [(x + 7) + 1] = (x + 7)(x + 8)$

$x + 7$ positif ? $x + 7 \geq 0$ $x \geq -7$	$x + 7$ négatif ? $x \leq -7$	$x + 8$ positif ? $x + 8 \geq 0$ $x \geq -8$	$x + 8$ négatif ? $x \leq -8$
--	----------------------------------	--	----------------------------------

Valeurs de x	$-\infty$	-8	-7	$+\infty$	
Signe de $x + 7$	$-$	$-$	0	$+$	
Signe de $x + 8$	$-$	0	$+$	$+$	
Signe de $(-2x + 4)(5x - 3)$	$+$	0	$-$	0	$+$

b) $C(x) = -2(3x - 5)^2$

-2 est toujours négatif (il vaut toujours -2) !

$(3x - 5)^2$ est le carré de $3x - 5$ et le résultat d'un carré est toujours de signe $+$

De plus, $(3x - 5)^2 = (3x - 5) \times (3x - 5)$ cette expression s'annule pour $3x - 5 = 0$ donc pour $x = \frac{5}{3}$

Valeurs de x	$-\infty$	$\frac{5}{3}$	$+\infty$
Signe de -2	$-$		$-$
Signe de $(3x - 5)^2$	$+$	0	$+$
Signe de $-2(3x - 5)^2$	$-$	0	$-$

Ex 5 : Travailler sa stratégie dans la résolution d'inéquations

a) Résoudre $9x^2 \geq 16x$

L'inéquation est du second degré, on pense à un tableau de signes.

$$9x^2 \geq 16x \Leftrightarrow 9x^2 - 16x \geq 0 \Leftrightarrow 9 \times x \times x - 16 \times x = 0 \Leftrightarrow x \times (9x - 16) \geq 0$$

$9x - 16$ positif ? $9x - 16 \geq 0$ $9x \geq 16$ $x \geq \frac{16}{9}$	$9x - 16$ négatif ? $x \leq \frac{16}{9}$
--	--

Valeurs de x	$-\infty$	0	$\frac{16}{9}$	$+\infty$
Signe de $9x - 16$	$-$		0	$+$
Signe de x	$-$	0		$+$
Signe de $x(9x - 16)$	$+$	0	0	$+$

L'ensemble des solutions est $] -\infty ; 0] \cup [\frac{16}{9} ; +\infty[$

b) Résoudre $9x^2 < 16x$

L'inéquation est du second degré, on pense à un tableau de signes.

$$9x^2 < 16x \Leftrightarrow 9x^2 - 16x < 0$$

Le tableau de signes est le même qu'à la question précédente (seule ce qu'on y lit change) : il est inutile de recommencer.

L'ensemble des solutions est : $]0 ; \frac{16}{9}[$

c) Résoudre $(x + 3)(1 - x) < (1 - x)^2$

L'inéquation est du second degré, on pense à un tableau de signes.

$$\begin{aligned}
 (x + 3)(1 - x) < (1 - x)^2 &\Leftrightarrow (x + 3)(1 - x) - (1 - x)^2 < 0 \\
 &\Leftrightarrow (x + 3)(\mathbf{1 - x}) - (1 - x)(\mathbf{1 - x}) < 0 \\
 &\Leftrightarrow \mathbf{(1 - x)} [(x + 3) - (1 - x)] < 0 \\
 &\Leftrightarrow \mathbf{(1 - x)} [x + 3 - 1 + x] < 0 \\
 &\Leftrightarrow \mathbf{(1 - x)} (2x + 2) < 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 - x \text{ positif ?} \\
 1 - x &\geq 0 \\
 -1x &\geq -1 \\
 x &\leq -\frac{1}{-1} \\
 x &\leq 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 - x \text{ négatif ?} \\
 x &\geq 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2x + 2 \text{ positif ?} \\
 2x + 2 &\geq 0 \\
 2x &\geq -2 \\
 x &\geq -\frac{2}{2} \\
 x &\geq -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2x + 2 \text{ négatif ?} \\
 x &\leq -1
 \end{aligned}$$

Valeurs de x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
Signe de $1 - x$	+	+	0	-
Signe de $2x + 2$	-	0	+	+
Signe de $(1 - x)(2x + 2)$	-	0	+	-

L'ensemble des solutions est $] -\infty ; -1 [\cup] 1 ; +\infty [$

d) Résoudre $(x + 3)(1 - x) \leq (1 - x)^2$

L'inéquation est du second degré, on pense à un tableau de signes.

$$(x + 3)(1 - x) \leq (1 - x)^2 \Leftrightarrow (x + 3)(1 - x) - (1 - x)^2 \leq 0$$

Le tableau de signes est le même qu'à la question précédente (seule ce qu'on y lit change) : il est inutile de recommencer.

L'ensemble des solutions est $] -\infty ; -1] \cup [1 ; +\infty [$

e) Résoudre $-3x - 2 < 0$

L'inéquation est du premier degré, on la résout avec les règles de collège.

$$-3x - 2 < 0 \Leftrightarrow -3x < 2 \Leftrightarrow x > -\frac{2}{3} \quad S =] -\frac{2}{3} ; +\infty [$$

f) Résoudre $x^2 + 4 \geq 0$

L'inéquation est du second degré, on pense à un tableau de signes.

$x^2 + 4$ est la somme de x^2 (toujours positif) et de 4 (toujours positif) donc la somme est de signe +
 $x^2 + 4$ ne s'annule pas sinon on aurait $x^2 = -4$ (ce qui est impossible)

Valeurs de x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $x^2 + 4$	+	+

Remarque, on aurait pu se passer de dresser le tableau de signes ... la situation est simple !

Dans la ligne de $x^2 + 4$, on cherche les signes + (0 compris) $S =] -\infty ; +\infty [= \mathbb{R}$

g) Résoudre $x^2 + 4 \leq 0$

Le même tableau de signes convient.

Dans la ligne de $x^2 + 4$, il n'y a ni signe $-$, ni 0

l'ensemble des solutions est vide $S = \emptyset$

h) Résoudre $(3x + 4)(-7x - 1) \geq 0$

$3x + 4$ positif ?

$$3x + 4 \geq 0$$

$$3x \geq -4$$

$$x \geq -\frac{4}{3}$$

$3x + 4$ négatif ?

$$x \leq -\frac{4}{3}$$

$-7x - 1$ positif ?

$$-7x - 1 \geq 0$$

$$-7x \geq 1$$

$$x \leq -\frac{1}{7}$$

$-7x - 1$ négatif ?

$$x \geq -\frac{1}{7}$$

Valeurs de x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{7}$	$+\infty$
Signe de $3x + 4$	$-$	0	$+$	$+$
Signe de $-7x - 1$	$+$	$+$	0	$-$
Signe de $(3x + 4)(-7x - 1)$	$-$	0	0	$-$

Dans le tableau, on cherche les signes $+$ (0 compris)

L'ensemble des solutions est $S = [-\frac{4}{3} ; -\frac{1}{7}]$