

Piste rouge A la maison, utiliser GeoGebra pour conjecturer (deviner) les réponses et vérifier les calculs.

Dans tout le paragraphe, le plan est muni d'un repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$

Ex 1 : $A(-1; -1)$ $B(-2; 1)$ $C(2; 3)$ $D(3; 1)$ Nature de $ABCD$?

Ex 2 : $A(-5; -2)$ $B(-4; 3)$ $C(-4; -5)$ $D(3; -1)$ $E\left(-5; -\frac{15}{7}\right)$

1) Montrer que les points A, B, C sont sur un même cercle de centre D 2) Le point E est-il sur ce cercle ?

Ex 3 : $A(-3; -2)$ $B(-5; 2)$ $C(-3; 6)$ $D(-1; 2)$ Nature de $ABCD$?

Ex 4 : $E(3; -2)$ $F(-2; -3)$ $G(-3; 2)$ Quelle est la nature du triangle EFG ?

Piste rouge 5 : $A(1; 2)$ $B(5; 4)$ $C(3 - \sqrt{3}; 3 + 2\sqrt{3})$ Montrer que le triangle ABC est équilatéral

Piste rouge 6 : $A(0; -2)$ $B(1; 1)$ $C(3; 7)$ Montrer que les points A, B et C sont alignés.

Ex 7 : $A(4; 3)$ $B(-1; 0)$ $K(3; -1)$ Les points K est-il sur la médiatrice de $[AB]$?

Ex 8 : $A(-1; 1)$ $B(3; 2)$ $C(-2; 5)$ $D(2; 6)$ Nature de $ABDC$?

Préliminaire : attention aux notations

Objet	Qu'est-ce ? (attention on donne l'idée mais pas une définition formelle)	Notation
Segment	Ensemble des points « entre » A et B	$[AB]$
Droite	Ensemble des points « alignés » avec A et B	(AB)
Distance	Distance entre deux points : - la distance entre A et B vaut 0 revient à dire que A et B sont confondus - la distance de A à B est la même que la distance B à A - pour aller de A à B si on passe par un point C, la distance sera plus grande (sauf si C est entre A et B) 	AB
Vecteur	Objet qui caractérise la translation pour laquelle A a pour image B . Géométriquement, il porte 3 informations : direction (parallèle), sens, longueur	$\overrightarrow{AB}$
Coordonnées d'un vecteur	Expriment des variations : - variation des abscisses pour aller de A à B par translation - variation des ordonnées pour aller de A à B par translation on rappelle qu'une variation c'est toujours : <i>valeur finale – valeur initiale</i>	$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ ou $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$  Attention pas de signe =
Norme	C'est la longueur du vecteur  Pour $\vec{u}(x; y)$ on a : $\ \vec{u}\ = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\ \overrightarrow{AB}\ $ ou AB

Rédiger un calcul de coordonnées de vecteurs

Enoncé : $A(-5 ; -2)$ $D(3 ; -1)$ Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{DA}$

Première rédaction :

Variation des abscisses de D à A : $\text{abscisse arrivée} - \text{abscisse départ} = x_A - x_D = -5 - 3 = -8$

Variation des ordonnée de D à A : $\text{ordonnée arrivée} - \text{ordonnée départ} = y_A - y_D = -2 - (-1) = -1$

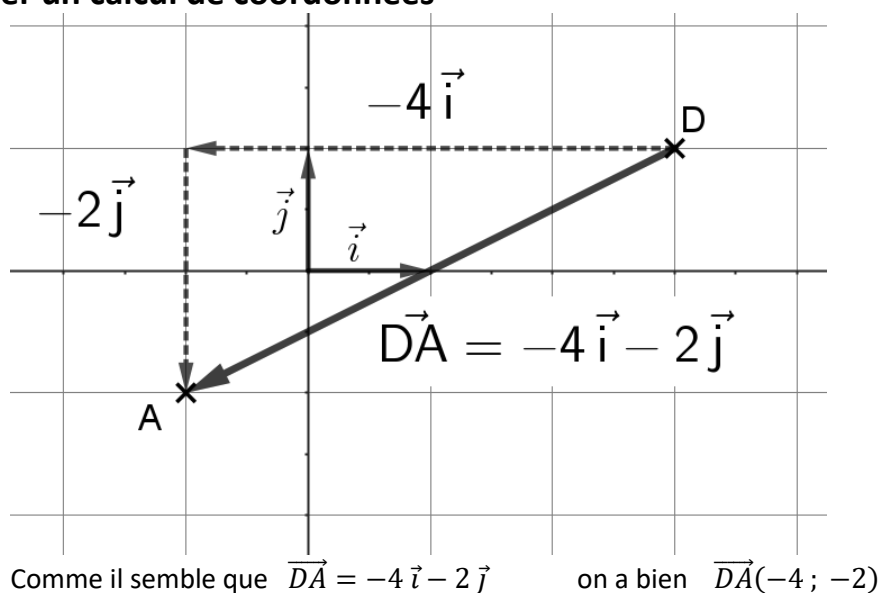
donc $\overrightarrow{DA}(x_A - x_D ; y_A - y_D) = (-8 ; -1)$

Deuxième rédaction : $\overrightarrow{DA}(x_A - x_D ; y_A - y_D) = (-5 - 3 ; -2 - (-1)) = (-8 ; -1)$

Troisième rédaction : $\overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 - 3 \\ -2 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \end{pmatrix}$

Les coordonnées d'un vecteur peuvent se mettre en colonne. En lycée, les coordonnées d'un point sont toujours en ligne !

Vérifier un calcul de coordonnées



Rédiger un calcul de distance

Enoncé : $A(-5 ; -2)$ $D(3 ; -1)$ Calculer DA

Première rédaction : en utilisant la formule de la distance

$$DA = \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2} = \sqrt{(-5 - 3)^2 + (-2 - (-1))^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-1)^2} = \sqrt{65}$$

Deuxième rédaction : en calculant d'abord les coordonnées du vecteur puis sa norme (**conseillée**)

$$\overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 - 3 \\ -2 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \end{pmatrix}$$

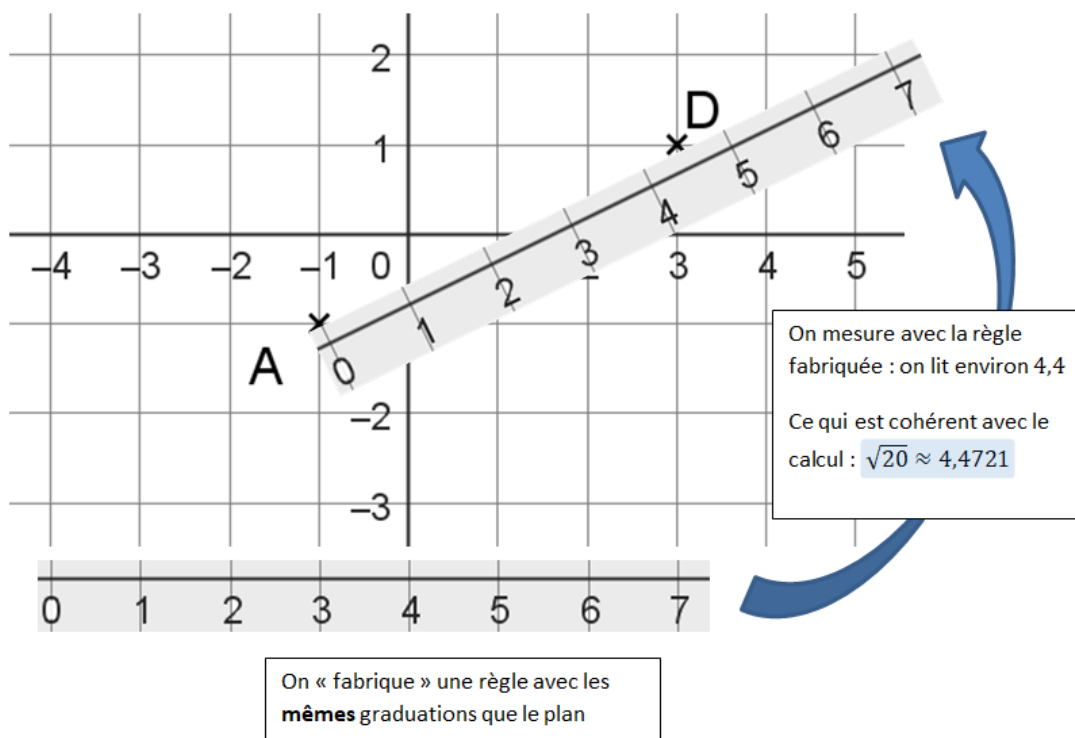
$$DA = \|\overrightarrow{DA}\| = \sqrt{(-8)^2 + (-1)^2} = \sqrt{65}$$

Troisième rédaction : une variante plus visuelle de la deuxième rédaction

$$\begin{array}{ccc} D(3 ; -1) & & \\ \downarrow & \downarrow & \\ x_A - x_D = -8 & & y_A - y_D = -1 \\ A(-5 ; -2) & & \end{array}$$

$$\text{Donc } \overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{donc } DA = \|\overrightarrow{DA}\| = \sqrt{(-8)^2 + (-1)^2} = \sqrt{65}$$

Vérifier un calcul de distance



Pour se corriger

Ex 1 : Savoir montrer qu'un quadrilatère est un rectangle

Enoncé : $A(-1 ; -1)$ $B(-2 ; 1)$ $C(2 ; 3)$ $D(3 ; 1)$ Nature de ABCD ?

Correction : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - (-1) \\ 1 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - 3 \\ 3 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
Donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme.

$$\text{De plus, } AC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (1 - 1)^2} = \sqrt{25} = 5$$

Le parallélogramme a donc ses diagonales de même longueur

Or si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle

Donc ABCD est un rectangle.

Autre rédaction pour le calcul de AC et BD

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - (-1) \\ 3 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{donc} \quad AC = \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - (-2) \\ 1 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{donc} \quad BD = \|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5$$

Ex 2 : Savoir tester si un point est sur un cercle

Enoncé : $A(-5; -2)$ $B(-4; 3)$ $C(-4; -5)$ $D(3; -1)$ $E\left(-5; -\frac{15}{7}\right)$

1) Montrer que les points A, B, C sont sur un même cercle de centre D

2) Le point E est-il sur ce cercle ?

Correction : $DA = \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-1)^2} = \sqrt{65}$

$$DB = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 4^2} = \sqrt{65}$$

$$DC = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} = \sqrt{(-7)^2 + (-4)^2} = \sqrt{65}$$

On constate que : $DA = DB = DC = \sqrt{65}$

Donc A, B, C sont sur le cercle de centre D et de rayon $\sqrt{65}$

$$DE = \sqrt{(-5 - 3)^2 + \left(-\frac{15}{7} - (-1)\right)^2} = \sqrt{\frac{3200}{49}} = \sqrt{1600} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{49}} = \frac{40\sqrt{2}}{7} \approx 8,081$$

Or $\sqrt{65} \approx 8,062$ donc $DE \neq \sqrt{65}$ donc E n'est pas sur le cercle de centre D et de rayon $\sqrt{65}$

Autre rédaction pour les calculs de longueur (conseillé)

$x_A - x_D = -5 - 3 = -8$ $y_A - y_D = -2 - (-1) = -1$ $\overrightarrow{AD}(-8; -1)$ $\text{donc } AD = \sqrt{(-8)^2 + (-1)^2} = \sqrt{65}$	$x_B - x_D = -4 - 3 = -7$ $y_B - y_D = 3 - (-1) = 4$ $\overrightarrow{BD}(-7; 4)$ $\text{donc } BD = \sqrt{(-7)^2 + 4^2} = \sqrt{65}$
$x_E - x_D = -5 - 3 = -8$ $y_E - y_D = -\frac{15}{7} - (-1) = -\frac{8}{7}$ $\overrightarrow{ED}\left(-8; -\frac{8}{7}\right)$ $\text{donc } ED = \sqrt{(-8)^2 + \left(-\frac{8}{7}\right)^2} = \sqrt{\frac{3200}{49}} \approx 8,081$	$x_C - x_D = -4 - 3 = -7$ $y_C - y_D = -5 - (-1) = -4$ $\overrightarrow{CD}(-7; -4)$ $\text{donc } CD = \sqrt{(-7)^2 + (-4)^2} = \sqrt{65}$

Ex 3 : Savoir montrer qu'un quadrilatère est un losange

Enoncé : $A(-3; -2)$ $B(-5; 2)$ $C(-3; 6)$ $D(-1; 2)$ Nature de $ABCD$?

Méthode 1 : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 - (-3) \\ 2 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 - (-1) \\ 6 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ $ABCD$ est un parallélogramme

$$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - (-3) \\ 2 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad AD = \sqrt{(2)^2 + (4)^2} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad AB = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Or Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange
Donc ABCD est un losange

Autre rédaction pour les calculs

- Variation abscisses de A à B : *abscisse arrivée - abscisse départ* = $x_B - x_A = -5 - (-3) = -2$
Variation ordonnées de A à B : *ordonnée arrivée - ordonnée départ* = $y_B - y_A = 2 - (-2) = 4$
donc $\overrightarrow{AB}(-2 ; 4)$ donc $AB = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

Bien faire apparaître l'étape qui utilise une propriété des racines
en cours d'apprentissage. Attention les calculatrices donnent la réponse sans
détail ... cela ne prouve pas que vous savez faire !

- Variation abscisses de A à D : *abscisse arrivée - abscisse départ* = $x_D - x_A = -1 - (-3) = 2$
Variation ordonnées de A à D : *ordonnée arrivée - ordonnée départ* = $y_D - y_A = 2 - (-2) = 4$

donc $\overrightarrow{AD}(2 ; 4)$ donc $AD = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Méthode 2 :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 - (-3) \\ 2 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad AB = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20}$$

$$\overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} x_B - x_C \\ y_B - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 - (-3) \\ 2 - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix} \quad CB = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{20}$$

$$\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - (-3) \\ 2 - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \quad CD = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{20}$$

$$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - (-3) \\ 2 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad AD = \sqrt{(2)^2 + (4)^2} = \sqrt{20}$$

On constate que : $AB = BC = CD = AD = \sqrt{20}$

Or Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur alors c'est un losange

Donc ABCD est un losange

Ex 4 : Savoir montrer qu'un triangle est isocèle rectangle

Enoncé : $E(3 ; -2)$ $F(-2 ; -3)$ $G(-3 ; 2)$ Quelle est la nature du triangle EFG ?

Correction :

$$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -2 - 3 \\ -3 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{donc } EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$$

$$FG = \sqrt{(x_G - x_F)^2 + (y_G - y_F)^2} = \sqrt{(-3 - (-2))^2 + (2 - (-3))^2} = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26}$$

$$\overrightarrow{EG} \begin{pmatrix} x_G - x_E \\ y_G - y_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 - 3 \\ 2 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{donc } EG = \|\overrightarrow{EG}\| = \sqrt{(-6)^2 + 4^2} = \sqrt{52}$$

Trois
rédactions
possibles

$$EG^2 = 52$$

$$EF^2 + FG^2 = 26 + 26 = 52$$

On constate que : $EG^2 = EF^2 + FG^2$

d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en F

De plus, $EF = FG = \sqrt{26}$, le triangle EGF est aussi isocèle en F.

Deux calculs séparés
pour vérifier l'égalité

Ex 5 : Savoir montrer qu'un triangle est équilatéral

Enoncé : $A(1; 2)$ $B(5; 4)$ $C(3 - \sqrt{3}; 3 + 2\sqrt{3})$ Montrer que le triangle ABC est équilatéral

Correction :

$\begin{array}{c} A(1; 2) \\ 4 \downarrow \quad \downarrow 2 \\ B(5; 4) \end{array}$	$\begin{array}{c} A(1; 2) \\ 2 - \sqrt{3} \downarrow \quad \downarrow 1 + 2\sqrt{3} \\ C(3 - \sqrt{3}; 3 + 2\sqrt{3}) \end{array}$	$\begin{array}{c} B(5; 4) \\ -2 - \sqrt{3} \downarrow \quad \downarrow -1 + 2\sqrt{3} \\ C(3 - \sqrt{3}; 3 + 2\sqrt{3}) \end{array}$
--	--	--

Bien faire apparaître l'étape (les racines c'est nouveau !)

$$AB = \|\vec{AB}\| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$AC = \|\vec{AC}\| = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2 + (1 + 2\sqrt{3})^2} = \sqrt{4 - 4\sqrt{3} + 3 + 1 + 4\sqrt{3} + 12} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$BC = \|\vec{BC}\| = \sqrt{(-2 - \sqrt{3})^2 + (-1 + 2\sqrt{3})^2} = \sqrt{(-2 - \sqrt{3})(-2 - \sqrt{3}) + (-1 + 2\sqrt{3})(-1 + 2\sqrt{3})}$$

$$= \sqrt{4 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3 + 1 - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 12} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

On constate que : $AB = AC = BC = \sqrt{20}$ Donc ABC est un triangle équilatéral.

Ex 6 : Savoir montrer que des points sont alignés

Enoncé : $A(0; -2)$ $B(1; 1)$ $C(3; 7)$ Montrer que les points A, B et C sont alignés.

Méthode 1 : Avec des longueurs

$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(1 - 0)^2 + (1 - (-2))^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} \end{aligned}$	$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(3 - 0)^2 + (7 - (-2))^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{90} = \sqrt{9 \times 10} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{10} = 3\sqrt{10} \end{aligned}$	$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \\ &= \sqrt{(3 - 1)^2 + (7 - 1)^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40} \\ &= \sqrt{4 \times 10} = \sqrt{4} \times \sqrt{10} \\ &= 2\sqrt{10} \end{aligned}$
---	---	--

D'une part $AB + BC = \sqrt{10} + 2\sqrt{10} = 1 \times \sqrt{10} + 2 \times \sqrt{10} = (1 + 2) \times \sqrt{10} = 3\sqrt{10}$

D'autre part $AC = 3\sqrt{10}$

Donc $AB + BC = AC$

Deux calculs séparés pour vérifier l'égalité

Interprétation en termes de déplacement, « pour aller de A à C, passer par B ne rallonge pas ... donc B est entre A et C ! »

En langage mathématique

Si $AB + BC = AC$ alors $B \in [AC]$

Donc B est sur le segment $[AC]$

donc les points A, B et C sont alignés.

Méthode 2 : Avec des vecteurs

$$\vec{AB}(1 - 0; 1 - (-2)) = (1; 3)$$

et

$$\vec{AC}(3 - 0; 7 - (-2)) = (3; 9)$$

On constate que : $\vec{AC} = 3\vec{AB}$

donc $\vec{AC}$ et $\vec{AB}$ ont la même direction

donc les droites (AC) et (AB) sont parallèles avec A en commun : c'est la même droite !

donc A, B, C sont alignés.

Ex 7 : Savoir tester si un point est sur une médiatrice

Enoncé : $A(4; 3)$ $B(-1; 0)$ $K(3; -1)$ Les points K est-il sur la médiatrice de $[AB]$?

Correction :

$$\begin{array}{ccc} A(4; 3) & & \\ x_K - x_A = -1 & \downarrow \downarrow & y_K - y_A = -4 \\ & K(3; -1) & \end{array}$$

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$$

$$\begin{array}{ccc} B(-1; 0) & & \\ x_K - x_B = 4 & \downarrow \downarrow & y_K - y_A = -1 \\ & K(3; -1) & \end{array}$$

$$BK = \sqrt{4^2 + (-1)^2} = \sqrt{17}$$

On constate que : $AK = BK = \sqrt{17}$

Or Un point est sur la médiatrice d'un segment si et seulement si il est équidistant des extrémités du segment

Donc K est sur la médiatrice de $[AB]$

Ex 8 : Savoir montrer qu'un quadrilatère est un carré

Enoncé : $A(-1; 1)$ $B(3; 2)$ $C(-2; 5)$ $D(2; 6)$ Nature de $ABDC$?

Correction :

- $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - (-1) \\ 2 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ 6 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ $ABDC$ est un parallélogramme.

- De plus, $AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (6 - 1)^2} = \sqrt{34}$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{((-2) - 3)^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{34}$$

Le parallélogramme a donc ses diagonales de même longueur

Or si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle

Donc $ABDC$ est un rectangle.

- De plus, comme $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$
comme $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - (-1) \\ 5 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ $AC = \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(-1)^2 + 4^2} = \sqrt{17}$

Donc $AB = AC$

Or Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange

Donc $ABDC$ est un losange.

- Le quadrilatère $ABDC$ est **à la fois un rectangle et un losange** donc c'est un carré.