

On pose, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (3 - 2x)(x + 2)$ $h(x) = -x + 3$ $g(x) = -3x + 6$ $p(x) = (3 - 2x)^2$

Le plan est muni d'un repère orthogonal. C_f, C_g, C_h, C_p sont les courbes telles que :

$$C_f: y = f(x)$$

$$C_h: y = h(x)$$

$$C_g: y = g(x)$$

$$C_p: y = p(x)$$

1) Développer $f(x)$

2) a) Donner 2 points de C_g .

b) $A\left(\frac{3}{7}; 4,714\right)$ est-il sur C_g ?

c) Donner une équation de C_g

3) a) A l'aide de la calculatrice, compléter

x	-5	-4,5	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
f(x)																			

b) Faire apparaître le tracé de C_f sur votre calculatrice pour $x \in [-6; 2]$

c) Sur l'écran de la calculatrice, résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -x$. Expliquer.

d) Retrouver ce dernier résultat par le calcul

4) a) Peut-on prévoir la forme de courbes C_g et C_h ?

b) Sans expliquer et sur votre cahier, tracer C_g et C_h (dans un même repère).

c) Résoudre graphiquement l'équation $-3x + 6 = -x + 3$.

d) Résoudre graphiquement l'inéquation $(x) > h(x)$. Expliquer.

e) Retrouver ce résultat par le calcul

5) Dans le repère ci-contre, on a tracé C_p et C_f

a) Quelle courbe est C_p ? Justifier.

b) Résoudre graphiquement $p(x) = f(x)$. Expliquer.

c) Résoudre $p(x) = f(x)$

d) Comment vérifier ce résultat à la calculatrice (si on ne vous avait pas fait faire la question b)

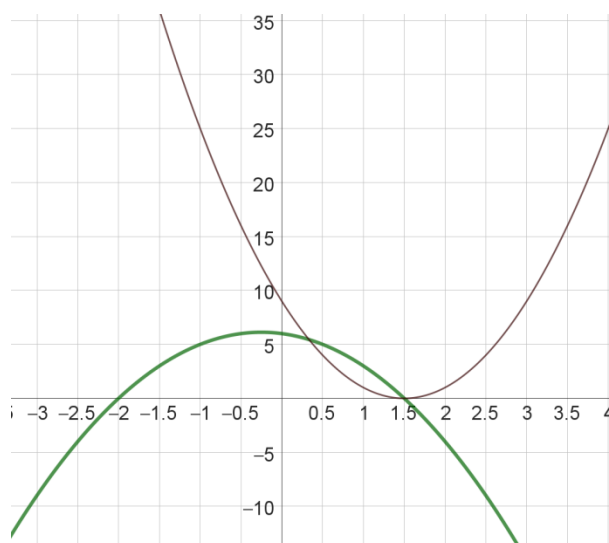
e) Résoudre graphiquement $f(x) < p(x)$. Expliquer.

6) a) Donner une équation de l'axe des abscisses

b) Donner une équation de l'axe des ordonnées

c) En quels points C_f coupe-t-elle l'axe des abscisses ?

d) En quel point C_f coupe-t-elle l'axe des ordonnées ?



7) a) Par lectures graphiques, dresser le tableau de signes de $f(x)$. Expliquer.

b) Dresser le tableau de signes de $h(x)$. Expliquer.

c) Interpréter graphiquement le tableau de signes de $h(x)$

8) Calculer les coordonnées des points d'intersection de C_f et C_p

9) Calculer les coordonnées des points d'intersection de C_f et C_h

10) Calculer les coordonnées des points d'intersection de C_h et C_g

11) Calculer les coordonnées des points d'intersection de C_f et C_g

12) Calculer les coordonnées des points d'intersection de C_p et de l'axe des abscisses

13) a) A la calculatrice, résoudre $\begin{cases} x - 7y = 11 \\ -3x + 4y - 7 = 0 \end{cases}$

b) Retrouver ce résultat par le calcul

c) Donner une interprétation graphique de la solution

Question 1

$$f(x) = (3 - 2x)(x + 2) = 3x + 6 - 2x^2 - 4x = -2x^2 - x + 6$$

Bien comprendre l'utilité de la question :

On dispose maintenant de deux formules pour $f(x)$:

- $f(x) = -2x^2 - x + 6$ la forme développée
- $f(x) = (3x - 2)(3 - 2x)$ la forme factorisée

Chaque fois que l'on a besoin de $f(x)$, il faut se demander laquelle de ces deux formules **choisir** pour réussir la question.

Question 2a

On fixe arbitrairement des valeurs pour x

- Pour $x = 5$ $g(5) = -3(5) + 6 = -9$
- Pour $x = 0$ $g(0) = -3(0) + 6 = 6$
- Pour $x = 1$ $g(1) = -3(1) + 6 = 3$

Les points de coordonnées $(5 ; -9)$ et $(0 ; 6)$ et $(1 ; 3)$ sont sur C_g



La courbe C_g est formée des points $M(x ; y)$ tels que : $y = g(x)$

Question 2b

Pour savoir si $A \in C_g$, on va tester si 4,714 est bien le résultat de la formule $g(x)$ quand $x = \frac{3}{7}$.



Si $M(a ; b) \in C_g$ alors ses coordonnées $(a ; b)$ sont une solution de l'équation $y = -3x + 6$

Si $(a ; b)$ est une solution de $y = -3x + 6$ alors $M(a ; b) \in C_g$

Pour $x = \frac{3}{7}$ $g\left(\frac{3}{7}\right) = -3 \times \frac{3}{7} + 6 = -\frac{9}{7} + \frac{42}{7} = \frac{33}{7} \approx 4,714$ **286**

Comme $\frac{33}{7} \neq 4,714$, $A \notin C_g$

Entre 7,714 et $\frac{33}{7}$, il y a une infinité de réels. Par exemples :

7,714**1** 7,714**18** 7,714**2** 7,714**1259** $\frac{10\sqrt{2}}{3}$

Donc 7,714 est bien différent de $\frac{33}{7}$

Question 2c



M est sur C_g veut dire

« l'**ordonnée** de M est le **résultat de la formule** $g(x)$ appliquée à l'abscisse de M »

Une équation de C_g est $y = -3x + 6$.

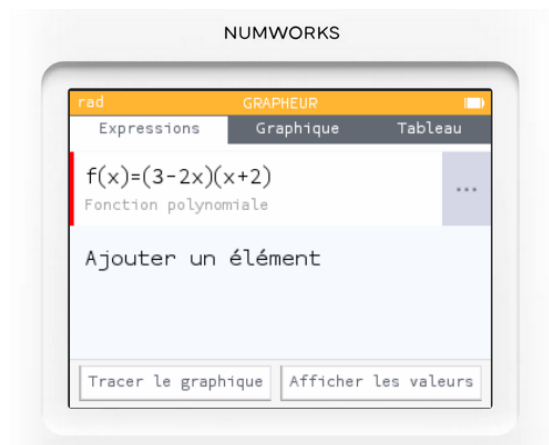
Ce qu'on peut écrire $C_g : y = -3x + 6$ ou encore $y = g(x)$ mais c'est moins explicite.

Question 3a

x	-5	-4,5	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
f(x)	-39	-30	-22	-15	-9	-4	0	3	5	6	6	5	3	0	-4	-9	-15	-22	-30

Avec une calculatrice **NumWorks**

Etape 1 : On entre l'équation de courbe
Graphique puis **Ajouter un élément**



Etape 2 : On règle les paramètres du tableau
Tableau puis **Régler l'intervalle**



Etape 3 : Affichage du résultat après validation

Avec Casio ou TI

Pour entrer une équation de courbe, on utilise $y =$ ou $f(x) =$

Attention, pour taper x , il faut impérativement utiliser la touche x, θ, t (ou ressemblante) située dans les premières lignes du clavier.

Pour régler la valeur du début du tableau et le pas, on utilise $tblSet$ (abréviation de TableSet)

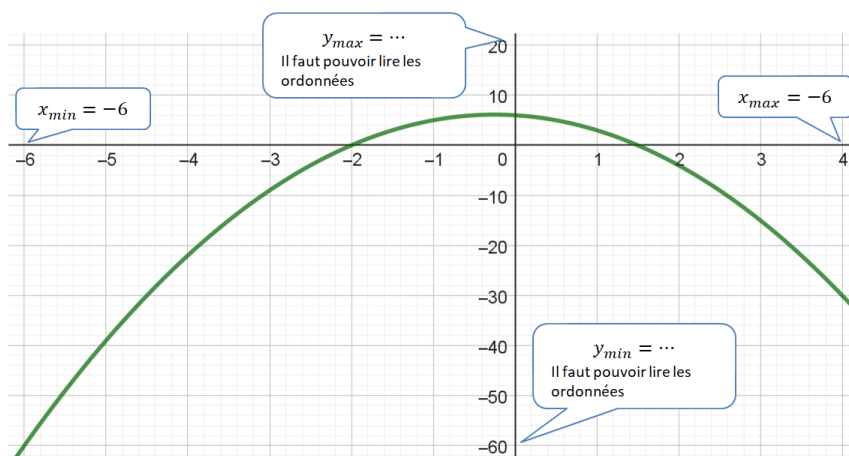
Pour afficher le tableau de valeurs, on utilise $table$

Question 3b

Remarques

Pour tout point de la courbe,
 $x_{min} \leq \text{son abscisse} \leq x_{max}$
 $y_{min} \leq \text{ordonnée} \leq y_{max}$

Ces valeurs définissent la fenêtre d'affichage
 (**Windows** en anglais !)

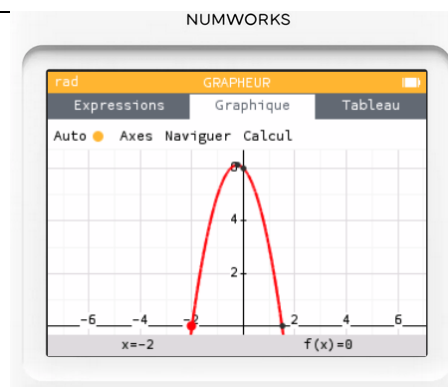


Avec une calculatrice **NumWorks**

Avec **Graphique**, on obtient un tracé de la courbe.

Avec les flèches, vous pouvez déplacer les points sur la courbe. Les coordonnées du point sont affichées en bas.

Avec « Naviguer » vous disposez d'un zoom, vous pouvez déplacer la fenêtre, ...



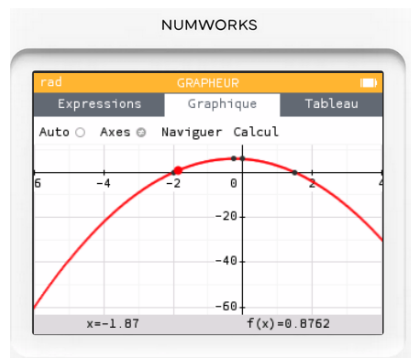
On pourrait utiliser « auto ». Dans ce cas, la calculatrice se débrouille pour essayer de montrer « l'essentiel ».

Mais, on veut que $-6 \leq x \leq 2$

Avec **Graphique** puis **Axes**, on règle les valeurs de x , on laisse la calculatrice se débrouiller pour les valeurs de y en activant **Auto**



Pour afficher **Graphique**



Avec Casio ou TI

Pour régler la fenêtre d'affichage, on utilise windows ou fenêtre suivant votre modèle.

Pour faire afficher la courbe, on utilise Graph ou Trace

Pour utiliser le mode Trace (« balader » un point sur les courbes avec les flèches et voir des valeurs approchées de ses coordonnées), on utilise : Trace

Question 3c

Explications attendues (il s'agit d'utiliser le « bon » vocabulaire)

Pour résoudre graphiquement l'équation $(3 - 2x)(x + 2) = -x$

- On trace les courbes d'équations : $y = (3 - 2x)(x + 2)$ et $y = -x$
- On cherche les points d'intersections
- On lit leurs abscisses

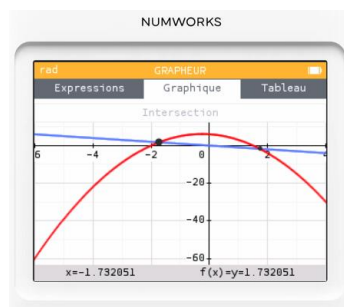
Réponses L'équation $(3 - 2x)(x + 2) = -x$ semble avoir deux solutions : environ $-1,73$ et environ $1,73$

Avec une NumWorks

On fait afficher la courbe C_f et la droite d'équation $y = -x$



On cherche les points d'intersection. On lit leurs abscisses.



Pour lire les coordonnées des points d'intersections

- soit on utilise le mode trace (le point qui se « balade » sur les courbes et que l'on pilote avec les flèches).
- soit **Graphique** puis **Calculs** puis on clique sur une courbe puis **Rechercher** puis **Intersection** (puis passer d'un point à l'autre, flèches droite et gauche).

Question 3d

$$f(x) = -x$$

La forme de $f(x)$ qui convient est la forme développée $f(x) = -2x^2 - x + 6$

$$-2x^2 - x + 6 = -x$$

$$-2x^2 = -6$$

$$x^2 = \frac{-6}{-2}$$

$$x = -\sqrt{3} \text{ ou } x = \sqrt{3}$$

L'ensemble des solutions est : $\{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

Question 4a

$h(x) = -1 \times x + 3$ On reconnaît la forme $y = mx + p$ avec $m = -1$ et $p = 3$. Donc C_h est une droite.

$g(x) = -3 \times x + 6$ On reconnaît la forme $y = mx + p$ avec $m = -3$ et $p = 6$. Donc C_g est une droite.

Question 4b

Explications

$$h(-4) = -(-4) + 3 = 7$$

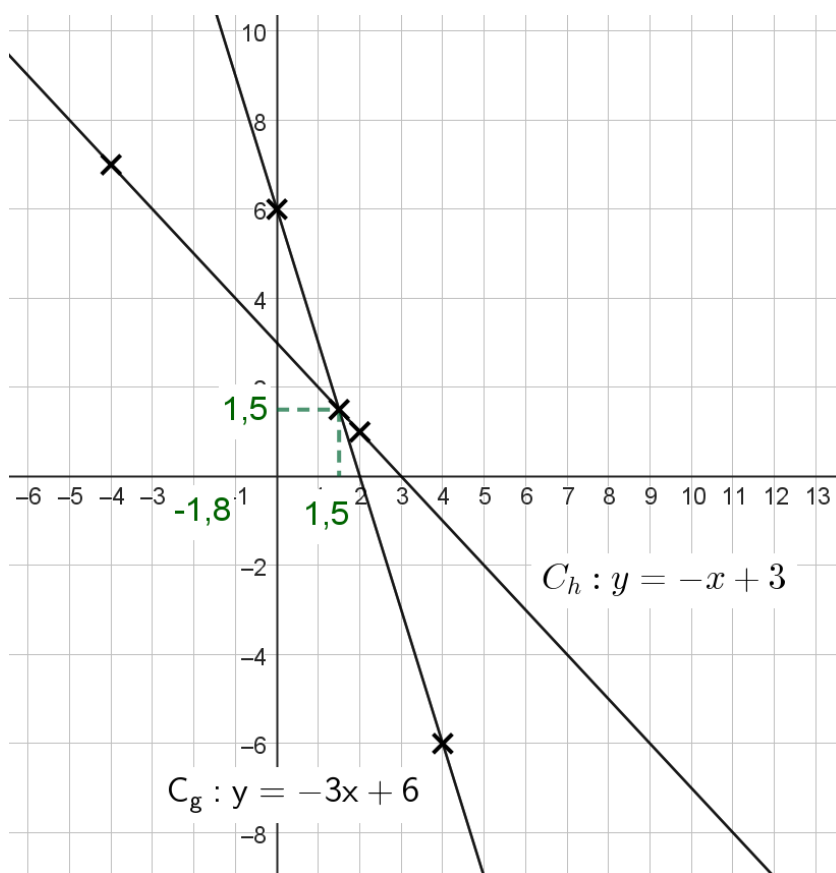
$$h(2) = -(2) + 3 = 1$$

Comme C_h est une droite, il suffit de deux points pour la tracer : (2 ; 1) et (-4 ; 7)

$$g(4) = -3(4) + 6 = -6$$

$$g(0) = -3(0) + 6 = 6$$

Comme C_g est une droite, il suffit de deux points pour la tracer : (4 ; -6) et (0 ; 6)



Question 4c

On cherche le point d'intersection des deux droites.

On lit son abscisse.

L'équation semble avoir une seule solution : environ 1,5

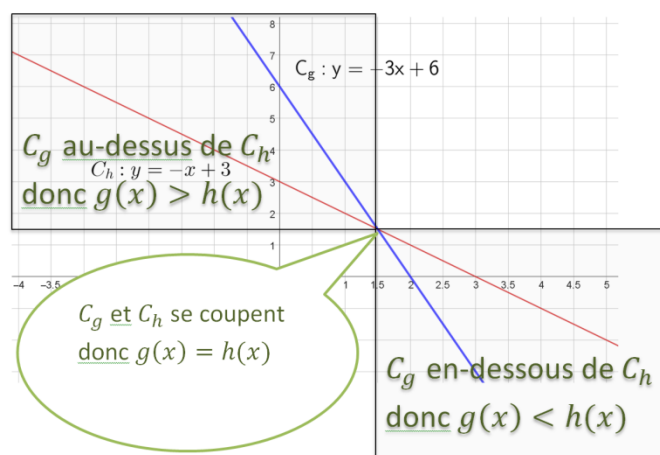
Question 4d

Explications : résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) > h(x)$

- On cherche les points de C_g **au-dessus** de C_h
- On lit leurs abscisses.

Réponses

L'ensemble des solutions semblent être $] -\infty ; 1,5]$



Question 4e

$$g(x) > h(x)$$

$$-3x + 6 > -x + 3 \quad \text{en ajoutant } x - 6 \text{ à chaque membre}$$

$$-3x + x > 3 - 6$$

$$-2x > -3 \quad \text{en divisant chaque membre par } -2 \text{ qui est } \mathbf{n\acute{e}gatif} \text{ non nul}$$

$$x < \frac{-3}{-2}$$

$$x < \frac{3}{2}$$

L'ensemble des solutions est: $] -\infty ; \frac{3}{2} [$

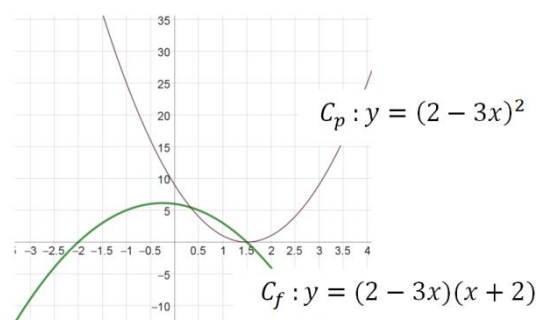
Question 5a

Pour tester quelle est la courbe C_p , on peut tester avec un point.

$$p(2) = (3 - 2 \times (2))^2 = 1$$

donc le point de coordonnées (2 ; 1) est sur C_p

C_p est la parabole dont les branches sont tournées vers le haut.

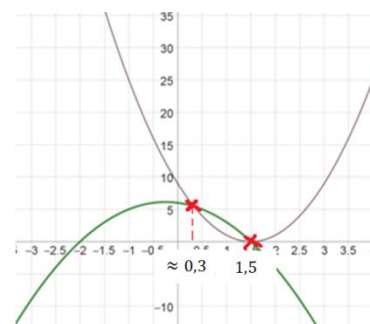


Question 5b

On cherche les points d'intersections des deux courbes.

On lit leurs abscisses.

L'équation $f(x) = p(x)$ semble avoir deux solutions environ 0,3 et 1,5



Question 5c

$$f(x) = g(x)$$

$$(3 - 2x)^2 = (3 - 2x)(x + 2)$$

$$(3 - 2x)^2 - (3 - 2x)(x + 2) = 0$$

$$(3 - 2x)(\mathbf{3 - 2x}) - (\mathbf{3 - 2x})(x + 2) = 0$$

$$(\mathbf{3 - 2x})((3 - 2x) - (x + 2)) = 0$$

$$(3 - 2x)(3 - 2x - x - 2) = 0$$

$$(3 - 2x)(-3x + 1) = 0$$

D'après le théorème du produit nul,

$$\text{Soit } 3 - 2x = 0$$

$$-2x = -3$$

$$x = \frac{-3}{-2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\text{Soit } -3x + 1 = 0$$

$$-3x = -1$$

$$x = \frac{-1}{-3}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

L'équation est du second degré, on pense au théorème du produit nul

On a enlevé $(3 - 2x)(x + 2)$ à chaque membre

On met $(3 - 2x)$ en facteur commun

Reste à simplifier dans la grande parenthèse

Parmi les deux formules de $f(x)$ on a choisi $(3 - 2x)(x + 2)$ pour pouvoir factoriser avec $(3 - 2x)$ en facteur commun.

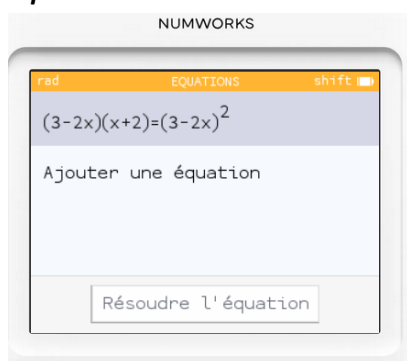
On retrouve bien les valeurs de la question précédentes puisque $\frac{1}{3} \approx 0,333$ et $\frac{3}{2} = 1,5$

Question 5d

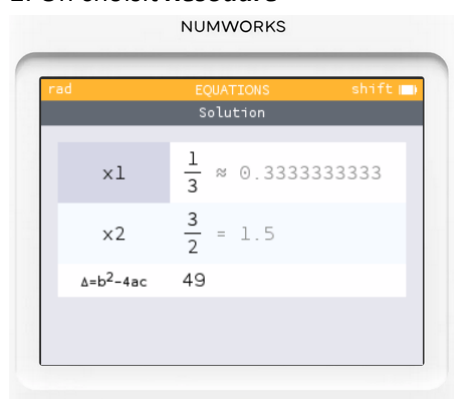
Sur toutes les calculatrices

Quand vos courbes d'équations $y = f(x)$ et $y = p(x)$ sont affichées, vous utilisez le mode *Trace* pour mettre le point mobile aux intersections et vous lisez les coordonnées.

1. On choisit **Equations** et on tape **Equations**



2. On choisit **Résoudre**



Sur la copie : la calculatrice me donne bien $x \approx -5,4$ et $y \approx -2,4$

Attention :

Si vous ne retrouvez pas votre résultat précédent, signalez-le

« **Je ne trouve pas mon résultat !** » Cela montre, au moins, la cohérence de votre démarche ... Sinon, vous prouvez que vous n'avez rien compris (et vous risquez d'être pénalisé pour « mensonge mathématique »).

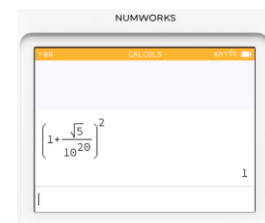
Les calculatrice ne savent pas forcément résoudre l'équation, ne donne pas forcément une réponse compréhensible pour des secondes, donnent souvent des valeurs approchées ...

2024¹⁵

3.918840814E49

Il faut savoir lire résultat ... veut dire $3,918840814 \times 10^{19}$

Le résultat affiché n'est pas forcément égal à la bonne réponse ... c'est parfois juste une valeur approchée sans que cela « saute aux yeux ».



En DS, la calculatrice peut être un **gros boulet** :

- si vous ne savez pas vous en servir parfaitement (se limiter à ce qu'on sait bien faire notamment les quelques incontournables du programme)
- si vous ne savez pas faire la question ... ce n'est pas la calculatrice qui va vous donner la méthode !
- si vous êtes lent ... la calculatrice est un bon outil pour vérifier certaines questions mais cela prend du temps donc à ne pas en abuser si le DS est long

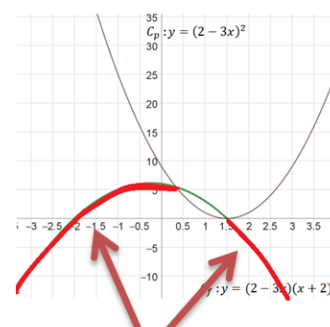
Question 5e

Explications : résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < p(x)$

- On cherche les points de C_f **en-dessous** de C_p
- On lit leurs abscisses.

Réponses

L'ensemble des solutions semblent être $] -\infty ; \frac{1}{3} [\cup] 1,5 ; +\infty [$



C_f en dessous de C_p

Symboles $\cup$

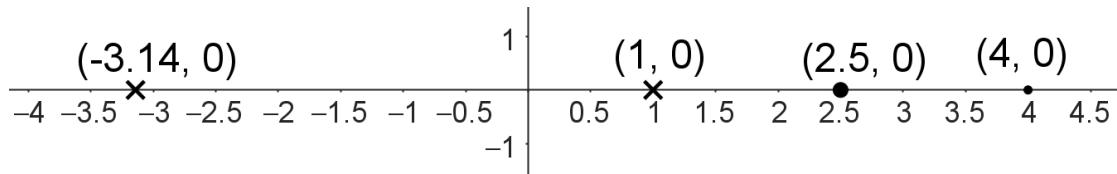
Ce symbole se lit « union ».

Il indique que l'on a « réuni » les nombres de $] -\infty ; \frac{1}{3} [$ avec ceux de $] 5 ; +\infty [$ pour former un **seul** ensemble que l'on note $] -\infty ; \frac{1}{3} [\cup] 5 ; +\infty [$ pour rappeler comment il a été construit.

Les solutions sont les nombres réels qui sont dans $] -\infty ; \frac{1}{3} [$ **ou** dans $] 5 ; +\infty [$

Question 6a

Comprendre comment sont caractérisés les points de l'axe des abscisses ?



Pour le savoir, on prend des points sur l'axe des abscisses

$A(-\sqrt{5}; 0)$ $B(\frac{15}{7}; 0)$ $C(\frac{13}{11}; 0)$ $D(\pi; 0)$ $E(6; 0)$

Ainsi, un point de l'axe des abscisses a pour coordonnées (*n'importe quel nombre* ; 0)

L'ordonnée est fixée à 0 et l'abscisse est libre.

A savoir retrouver très vite



$M(x; y)$ est sur l'axe des abscisses **si et seulement si** $y = 0$

dit autrement un point est sur l'axe des abscisses quand son ordonnée vaut 0. C'est logique : si un point parcourt l'axe des abscisses, son abscisse va varier mais son ordonnée reste fixée à 0

Réponse : Une équation de l'axe des abscisses est $y = 0$

Question 6b

Comprendre comment sont caractérisés les points de l'axe des ordonnées ?

Pour le savoir, on prend des points sur l'axe des ordonnées $A(0; -\sqrt{5})$ $B(0; 7)$ $C(0; \frac{13}{11})$ $D(0; \pi)$ $E(0; 6)$

Ainsi, un point de l'axe des ordonnées a pour coordonnées (0; *n'importe quel nombre*)

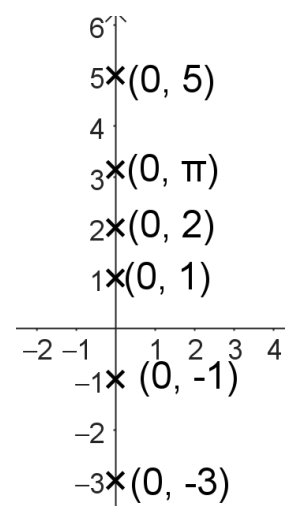
L'abscisse est fixée à 0 et l'ordonnée est libre.

A savoir retrouver très vite



$M(x; y)$ est sur l'axe des ordonnées **si et seulement si** $x = 0$

dit autrement un point est sur l'axe des ordonnées quand son abscisse vaut 0. C'est logique : si un point parcourt l'axe des ordonnées, son ordonnée va varier mais son abscisse reste fixée à 0



Réponse : Une équation de l'axe des ordonnées est $x = 0$

Question 6c

$M(x; y)$ est sur C_f et l'axe des abscisses **si et seulement si** $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$ veut dire $M(x; y) \in C_f$
veut dire M sur l'axe des abscisses

On résout $f(x) = 0$

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow (3 - 2x)(x + 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 3 - 2x = 0 \quad \text{ou} \quad x + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow -2x = -3 \quad \text{ou} \quad x = -2 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad x = -2 \end{aligned}$$

Parmi les deux formules de $f(x)$ on a choisi $(3 - 2x)(x + 2)$ au lieu de $-2x^2 - x + 6$ pour pouvoir utiliser directement le théorème du produit nul.

La courbe C_f coupe l'axe des abscisses aux points de coordonnées $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ et $(-2; 0)$

Question 6d

$M(x; y)$ est sur C_f et l'axe des ordonnées si et seulement si $\begin{cases} y = f(x) \text{ veut dire } M(x; y) \in C_f \\ x = 0 \text{ veut dire } M \text{ sur l'axe des ordonnées} \end{cases}$

On connaît x , reste à calculer $f(0)$: $f(0) = (3 - 2(0))(0 + 2) = 6$

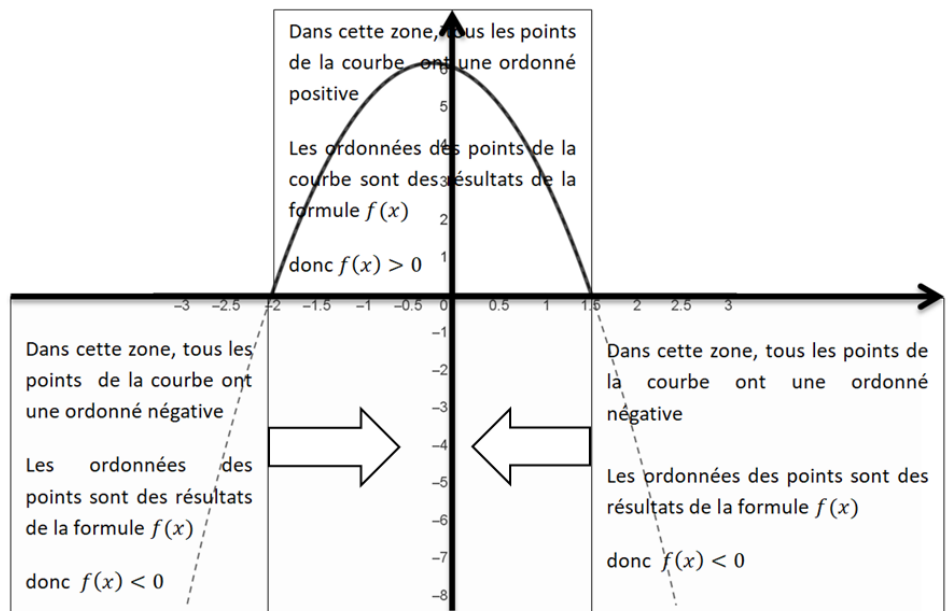
La courbe C_f coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0; 6)$

Question 7a

Pour $x < -2$ et pour $x > 1.5$
la courbe C_f est en-dessous
de l'axe des abscisses
donc $f(x) < 0$

Pour $x = -2$ et pour $x = 1.5$
la courbe C_f coupe
l'axe des abscisses
donc $f(x) = 0$

Pour $-2 < x < 1.5$
la courbe C_f est au-dessus de
l'axe des abscisses
donc $f(x) > 0$



Valeur de x	$-\infty$	-2		$1,5$	$+\infty$	
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Question 7b

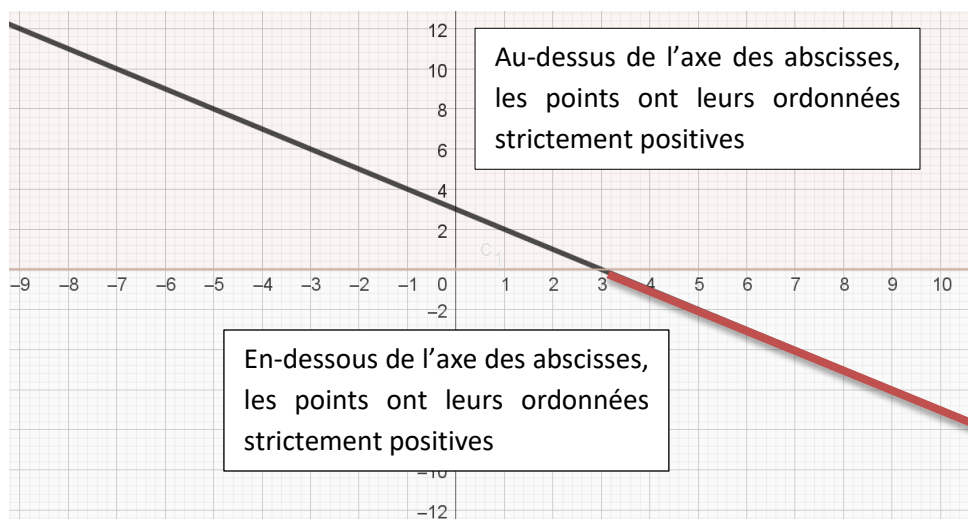
$h(x) \geq 0$
 $-x + 3 \geq 0$
 $-x \geq -3$ en multipliant chaque membre par -1 qui **néglatif** non nul
 $x \leq 3$

$h(x) \leq 0$
 $x \geq 3$

Valeur de x	$-\infty$	3		$+\infty$
Signe de $h(x)$		$+$	0	$-$

Question 7c (graphique non demandée)

Pour $x < 3$, $h(x) > 0$ donc C_h est au-dessus de l'axe des abscisses
 Pour $x = 3$, $h(x) = 0$ donc C_h est coupe l'axe des abscisses
 Pour $x > 3$, $h(x) < 0$ donc C_h est en-dessous de l'axe des abscisses



Question 8

Compréhension (rédaction non attendue en DS)

Dire que $M(x; y) \in C_f$ revient à dire que $y = f(x)$

l'ordonnée est le résultat de la formule $f(x)$

Dire que $M(x; y) \in C_p$ revient à dire que $y = p(x)$

l'ordonnée est le résultat de la formule $p(x)$

donc $M(x; y)$ sur C_f et sur C_p revient à dire que $(x; y)$ est une solution du système $\begin{cases} y = f(x) \\ y = p(x) \end{cases}$

Choix de la stratégie (rédaction non attendue en DS)

Pour $p(x)$ on ne dispose que de la formule $p(x) = (3 - 2x)^2$ mais on pourrait, si besoin, développer

Pour $f(x)$ on a deux formules $f(x) = (3 - 2x)(x + 2) = -2x^2 - x + 6$ il faut bien choisir !

Une rédaction de DS (mais avant il aura fallu réfléchir de tête ou au brouillon comme ci-dessus)

$M(x; y)$ sur C_f et C_p si et seulement si $\begin{cases} y = (3 - 2x)(x + 2) \\ y = (3 - 2x)^2 \end{cases}$



Trouver l'intersection de deux courbes revient à résoudre un système

• Calcul de x

$$(3 - 2x)(x + 2) = (3 - 2x)^2$$

Puisque $(3 - 2x)(x + 2) = y$ et que $y = (3 - 2x)^2$

On a déjà résolu cette équation dans la question 5c : il est inutile de recommencer !

Pour mémoire, on recommence

$$(3 - 2x)^2 = (3 - 2x)(x + 2)$$

$$(3 - 2x)^2 - (3 - 2x)(x + 2) = 0$$

$$(3 - 2x)(3 - 2x) - (3 - 2x)(x + 2) = 0$$

$$(3 - 2x)((3 - 2x) - (x + 2)) = 0$$

$$(3 - 2x)(3 - 2x - x - 2) = 0$$

$$(3 - 2x)(-3x + 1) = 0$$

L'équation est du second degré, on pense au théorème du produit nul

On a enlevé $(3 - 2x)(x + 2)$ à chaque membre

On met $(3 - 2x)$ en facteur commun

Reste à simplifier dans la grande parenthèse

D'après le théorème du produit nul,

Soit $3 - 2x = 0$

$$-2x = -3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Soit $-3x + 1 = 0$

$$-3x = -1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

- Calcul de y

On a le choix puisque $y = (3 - 2x)(x + 2)$ et que $y = (3 - 2x)^2$: on vient de montrer que pour les valeurs $x = \frac{3}{2}$ et $x = \frac{1}{3}$ (et seulement pour celles-là), les deux formules donnent le même résultat !

Pour $x = \frac{3}{2}$, $y = \left(3 - 2 \times \frac{3}{2}\right)^2 = 0$

Pour $x = \frac{1}{3}$, $y = \left(3 - 2 \times \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{49}{9}$

Les courbes C_f et C_p se coupent aux points de coordonnées $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ et $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

Question 9

$M(x; y)$ est sur C_f et sur C_h si et seulement si $\begin{cases} y = f(x) \\ y = h(x) \end{cases}$

- On résout $f(x) = h(x)$ puisque ces expressions doivent être toutes les deux égales à y

$$\begin{aligned} f(x) = h(x) &\Leftrightarrow -2x^2 - x + 6 = -x + 3 \\ &\Leftrightarrow -2x^2 - x + x = 3 - 6 \\ &\Leftrightarrow -2x^2 = -3 \\ &\Leftrightarrow x^2 = \frac{-3}{-2} \\ &\Leftrightarrow x^2 = \frac{3}{2} \\ &\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

Comme $h(x) = -x + 3$,
parmi les deux formules de $f(x)$ on a choisi $-2x^2 - x + 6$
pour pouvoir simplifier les termes en x

- Reste à calculer les ordonnées

$$h\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = -\sqrt{\frac{3}{2}} + 3$$

$$h\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = -\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right) + 3 = \sqrt{\frac{3}{2}} + 3$$

Le plus simple est d'utiliser $h(x)$ car la formule
 $-x + 3$ est plus simple que celles pour $f(x)$.

Les courbes C_f et C_h se coupent en deux points de coordonnées $(0; -6)$ et $(3; -21)$

Question 10

$M(x; y)$ est sur C_g et sur C_h si et seulement si $\begin{cases} y = g(x) \\ y = h(x) \end{cases}$

- On résout $g(x) = h(x)$ puisque ces expressions doivent être toutes les deux égales à y

$$\begin{aligned} g(x) = h(x) &\Leftrightarrow -3x + 6 = -x + 3 \\ &\Leftrightarrow -3x + x = 3 - 6 \\ &\Leftrightarrow -2x = -3 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{-3}{-2} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

- Reste à calculer les ordonnées

$$h\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right) + 3 = -\frac{3}{2} + 3 = -\frac{3}{2} + \frac{6}{2} = \frac{3}{2}$$

On peut utiliser soit la formule $-x + 3$, soit la formule $-3x + 6$.
Elles donnent le même résultat pour $x = \frac{3}{2}$

Les courbes C_g et C_h se coupent en deux points de coordonnées $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Ce qui est conforme à la lecture graphique de la **question 4c**

Question 11

$M(x; y)$ est sur C_g et sur C_f si et seulement si $\begin{cases} y = g(x) \\ y = f(x) \end{cases}$

- On résout $f(x) = g(x)$ puisque ces expressions doivent être toutes les deux égales à y

$$\begin{aligned} g(x) = f(x) &\Leftrightarrow -2x^2 - x + 6 = -3x + 6 \\ &\Leftrightarrow -2x^2 - x + 3x = 6 - 6 \\ &\Leftrightarrow -2x \times x + 2x \times 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x(-x + 1) = 0 \end{aligned}$$

Parmi les deux formules de $f(x)$, on a choisi $-2x^2 - x + 6$ pour pouvoir simplifier les 6

D'après le théorème du produit nul

$$\begin{array}{l|l} \text{Soit } 2x = 0 & \text{Soit } -x + 1 = 0 \\ x = \frac{0}{2} & -x = -1 \\ x = 0 & x = 1 \end{array}$$

- Reste à calculer les ordonnées puisqu'on demande les points d'intersection de C_f et C_g ...

si on demandait simplement de résoudre $f(x) = g(x)$, on aurait terminé !

$$g(0) = -3(0) + 6 = 6$$

$$g(1) = -3(1) + 6 = 3$$

Pour calculer les valeurs de y, on peut utiliser soit la formule $f(x)$, soit la formule $g(x)$ puisque $x = 0$ et $x = 1$ sont les seules valeurs pour lesquelles elles donnent le même résultat !

Vu la « tête » de $f(x)$, il est beaucoup plus simple d'utiliser $g(x)$

C_f et C_g se coupent en deux points de coordonnées $(0 ; 6)$ et $(1 ; 3)$

Question 11

$M(x ; y)$ est sur C_p et sur C_f si et seulement si $\begin{cases} y = p(x) \\ y = f(x) \end{cases}$

- On résout $f(x) = p(x)$ puisque ces expressions doivent être toutes les deux égales à y

$$\begin{aligned} p(x) = f(x) &\Leftrightarrow (3 - 2x)^2 = (3 - 2x)(x + 2) \\ &\Leftrightarrow (3 - 2x)(3 - 2x) - (3 - 2x)(x + 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow (3 - 2x)((3 - 2x) - (x + 2)) = 0 \\ &\Leftrightarrow (3 - 2x)(3 - 2x - x - 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow (3 - 2x)(1 - 3x) = 0 \end{aligned}$$

D'après le théorème du produit nul

$$\begin{array}{l|l} \text{Soit } 3 - 2x = 0 & \text{Soit } 1 - 3x = 0 \\ -2x = -3 & -3x = -1 \\ x = -\frac{3}{-2} & x = \frac{-1}{-3} \\ x = \frac{3}{2} & x = \frac{1}{3} \end{array}$$

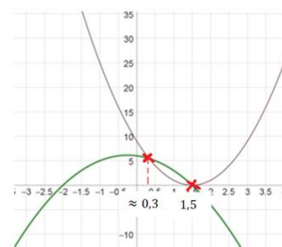
- Reste à calculer les ordonnées

$$p\left(\frac{3}{2}\right) = \left(3 - 2\left(\frac{3}{2}\right)\right)^2 = (3 - 3)^2 = 0$$

$$p\left(\frac{1}{3}\right) = \left(3 - 2\left(\frac{1}{3}\right)\right)^2 = \left(3 - \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{9-2}{3}\right)^2 = \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{49}{9}$$

Pour calculer $p\left(\frac{3}{2}\right)$ et $p\left(\frac{1}{3}\right)$, on peut utiliser au choix $p(x)$ ou $f(x)$

C_f et C_p se coupent en deux points de coordonnées $\left(\frac{3}{2} ; 0\right)$ et $\left(\frac{1}{3} ; \frac{49}{9}\right)$



Question 12

$M(x ; y)$ est sur C_p et l'axe des abscisses si et seulement si $\begin{cases} y = p(x) \\ y = 0 \end{cases}$ veut dire $M(x ; y) \in C_p$
veut dire M sur l'axe des abscisses

On résout $p(x) = 0$

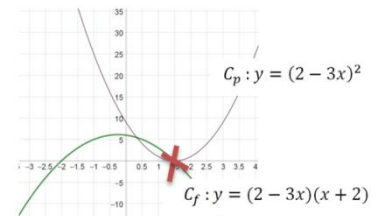
$$\begin{aligned} p(x) = 0 &\Leftrightarrow (3 - 2x)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (3 - 2x)(3 - 2x) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 3 - 2x = 0 \quad \text{ou} \quad 3 - 2x = 0 \quad (\text{en fait c'est le même cas ! Inutile de le faire deux fois})$$

$$\Leftrightarrow -2x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

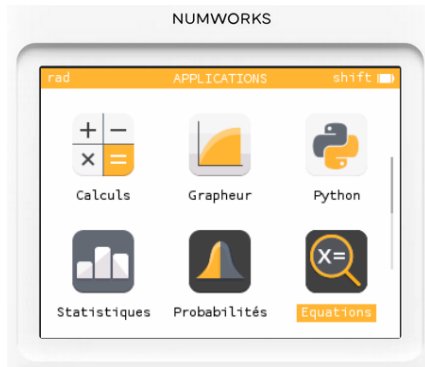
La courbe c_p coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$



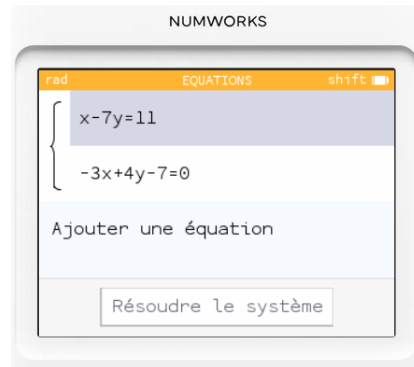
Question 13 a

Avec une NumWorks

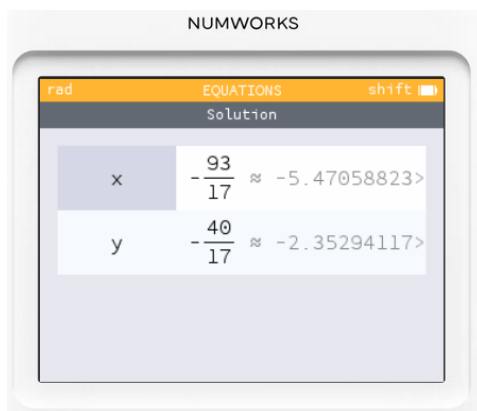
1. On choisit **Equations**



2. On entre les équations



3. On fait **Résoudre**



Avec CASIO ou TI

Il faut d'abord mettre les équations sous la forme $ax + by = c$

On obtient le système $\begin{cases} x - 7y = 11 \\ -3x + 4y = 7 \end{cases}$

Après, je vous laisse voir les vidéos d'Yvan Monka

Sous Casio : https://www.youtube.com/watch?v=4D_Lglw6V9I

Sous TI <https://www.youtube.com/watch?v=jmqwHyN5en4>

Sous **TI**, à partir des solutions décimales, on peut souvent avoir des écritures fractions en utilisant la touche **Math** puis **Frac**

Sous **Casio**, à partir des solutions décimales, on peut souvent avoir des écritures fractions en utilisant la touche **Math** puis **Frac**

Question 13 b

$$\begin{cases} x - 7y = 11 & (e1) \\ -3x + 4y - 7 = 0 & (e2) \end{cases}$$

- de l'équation (e1) : $x = 11 + 7y$ (e3)
- en remplaçant dans l'équation (e2) qui est l'**autre** équation

$$\begin{aligned} -3(11 + 7y) + 4y - 7 &= 0 \\ -33 - 21y + 4y - 7 &= 0 \\ -17y - 40 &= 0 \\ -17y &= 40 \\ y &= \frac{-40}{17} \end{aligned}$$
- Pour trouver x , on utilise l'équation (e3)

$$x = 11 + 7y = 11 + 7\left(\frac{-40}{17}\right) = -\frac{93}{17}$$
- Réciproque : $\begin{cases} x - 7y = \frac{-93}{17} - 7\left(\frac{-40}{17}\right) = 11 & (e1) \\ -3x + 4y - 7 = -3\left(\frac{-93}{17}\right) + 4\left(\frac{-40}{17}\right) - 7 = 0 & (e2) \end{cases}$

Le système a une seule solution

Question 13c

La courbe d'équation $x - 7y = 11$ et la courbe d'équation $-3x + 4y - 7 = 0$ ont un seul point d'intersection :
le point de coordonnées $\left(\frac{1}{3} ; \frac{3}{2}\right)$