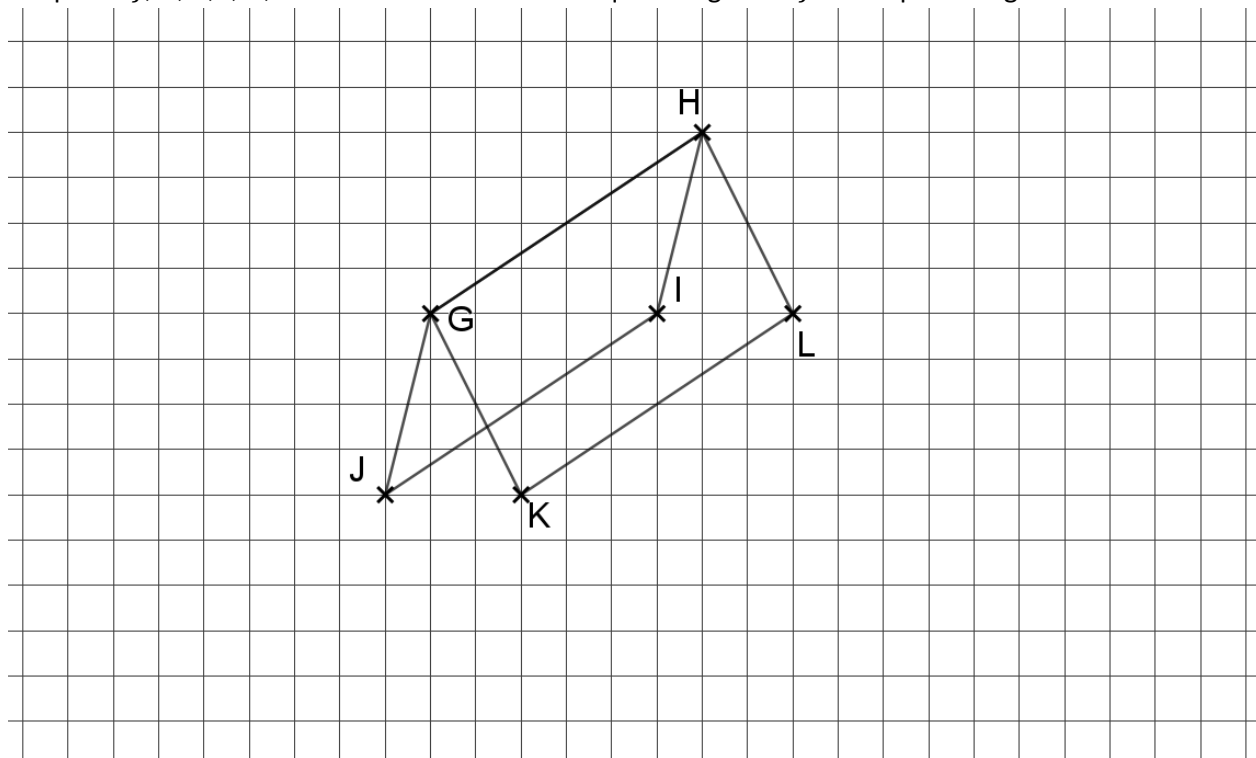


Tout le DS est à faire directement sur le sujet

Exercice 1

Le quadrillage est formé de carrés de côté 1 unité de longueur.

Les points J, K, G, I, H, L sont situés aux nœuds du quadrillage. $GHIJ$ est un parallélogramme et $\overrightarrow{GK} = \overrightarrow{HL}$



1. Tracer un représentant du vecteur $\frac{-1}{2}\overrightarrow{GK}$
2. Placer le point B tel que : $\overrightarrow{LB} = \overrightarrow{JG} + \frac{3}{2}\overrightarrow{GK}$
3. Sans justifier, par lecture graphique, donner $\|\overrightarrow{JG}\| = \dots$

4. Démontrer que :

a. $\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{KL}$

b. $IJKL$ est un parallélogramme

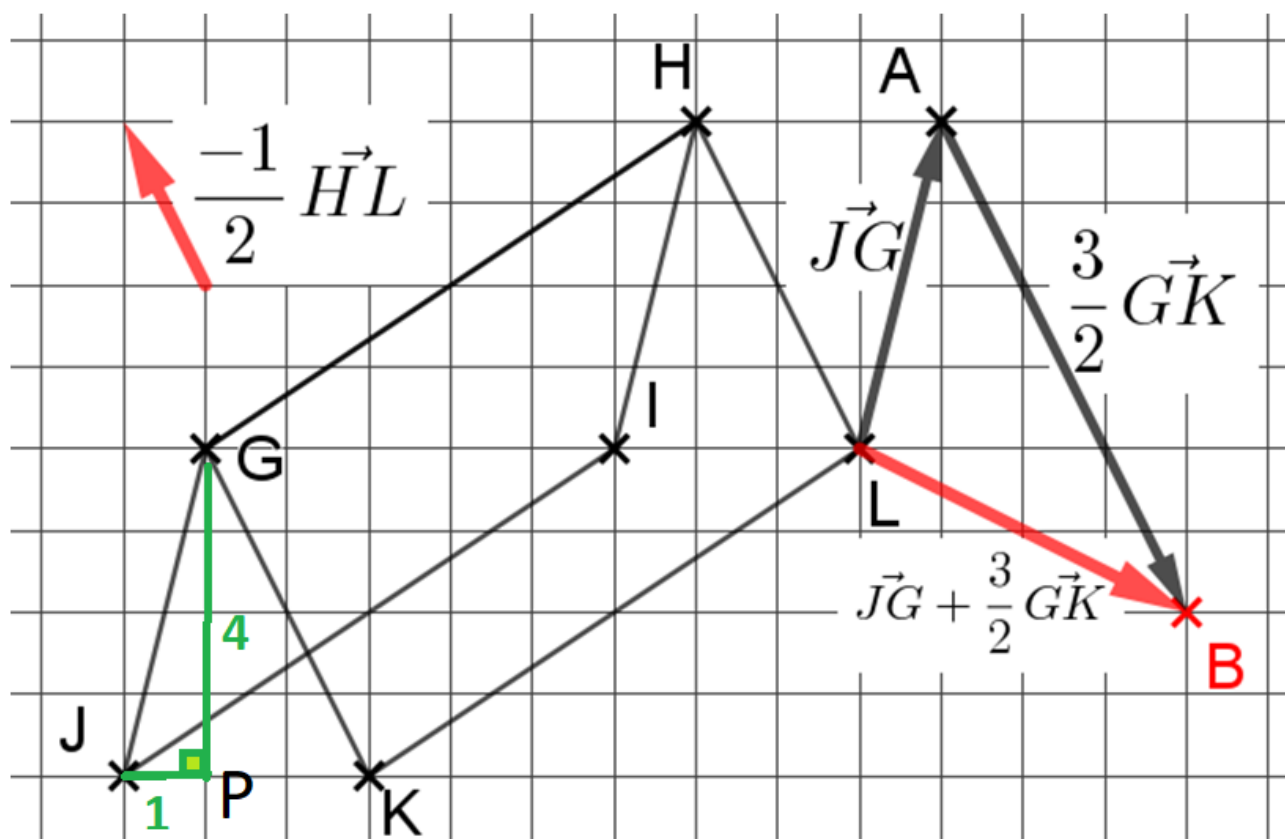
Exercice 2 Ecrire A sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible. Détailler.

$$A = 2\sqrt{12} + \sqrt{27}$$

Exercice 3 : en détaillant les calculs

Montrer que $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}}$ est un nombre rationnel. Détailler.	Simplifier $C = (\sqrt{5} - 3)^2 - \sqrt{5} - 14$
Développer et réduire : $B(x) = 2(x + 1)^2 - (2x - 4)(6 - 2x)$	Résoudre puis donner l'ensemble des solutions. Justifier (comme vu en classe) $2x - 3 = -7x + 9$
Résoudre puis donner l'ensemble des solutions . Justifier $3 + \frac{2x-1}{2} = \frac{5x+3}{3}$	On considère la fonction g définie par $g(x) = x^2 - 3x + 5$. $g(2\sqrt{3}) =$
On considère la proposition vraie (admise) : « <i>Si deux nombres sont entiers alors leur produit est un entier</i> » Enoncer sa réciproque. Cette réciproque est-elle vraie ? Justifier	

Exercice 1



Question 1

- Le vecteur $\frac{-1}{2}\vec{GK}$ a même direction (parallèle) que le vecteur $\vec{GK}$
- Comme $\frac{-1}{2} < 0$, $\frac{-1}{2}\vec{GK}$ a même sens que le vecteur $\vec{GK}$
- La norme (longueur) du vecteur $\frac{-1}{2}\vec{GK}$ est égal à $\frac{1}{2}$ fois la norme du vecteur $\vec{GK}$,
ce qui s'écrit : $\left\| \frac{-1}{2}\vec{GK} \right\| = \frac{1}{2} \times \|\vec{GK}\|$

Question 2

$\vec{LB} = \vec{JG} + \frac{3}{2}\vec{GK}$ peut s'interpréter comme B est l'image de L :

- par la translation de vecteur $\vec{JG}$
- suivie de la translation de vecteur $\frac{3}{2}\vec{GK}$

On utilise $\approx$ car on a trouvé les longueurs par lectures graphiques

Question 3

Dans le triangle JPG rectangle en P , d'après le théorème de Pythagore,

$$JG^2 = JP^2 + PG^2 \approx 1^2 + 4^2 \approx 17 \quad \text{donc} \quad JG \approx \sqrt{17} \text{ ou } JG \approx -\sqrt{17} \quad (\text{une longueur est positive})$$

La norme du vecteur $\vec{JG}$ est égale à la distance JG donc $\|\vec{JG}\| = JG \approx \sqrt{17}$

Question 4a

On sait que $\vec{GK} = \vec{HL}$

donc $GKLH$ est un parallélogramme

donc $\vec{GH} = \vec{KL}$



Idée : Si on connaît une égalité de vecteurs, on peut en déduire qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Idée : Si on connaît un parallélogramme, on peut en déduire des égalités de vecteurs

Question 4b

$GHIJ$ est un parallélogramme
donc $\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{JI}$



Idée : Si on connaît un parallélogramme, on peut en déduire des égalités de vecteurs

Comme $\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{JI}$
donc $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{JI}$



Idée : Si on connaît une égalité de vecteurs, on peut en déduire qu'un quadrilatère est un parallélogramme

donc $IJKL$ est un parallélogramme

Exercice 2

$$A = 2\sqrt{12} + \sqrt{27} = 2 \times \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{3 \times 9} = 2 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} + \sqrt{9} \times \sqrt{3}$$

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$A = 2 \times 2 \times \sqrt{3} + 3 \times \sqrt{3} = (2 \times 2 + 3) \times \sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

En mettant $\sqrt{3}$ en facteur commun

Exercice 3

Montrer que $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}}$ est un nombre rationnel. Détailler.

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{4 \times 2}}{\sqrt{9 \times 2}} = \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{2}}{\sqrt{9} \times \sqrt{2}} = \frac{2 \times \sqrt{2}}{3 \times \sqrt{2}} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

Autre rédaction :

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{8}{18}} = \sqrt{\frac{2 \times 4}{2 \times 9}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Simplifier

$$\begin{aligned} C &= (\sqrt{5} - 3)^2 - \sqrt{5} - 14 \\ &= (\sqrt{5} - 3)(\sqrt{5} - 3) - \sqrt{5} - 14 \\ &= 5 - 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 9 - \sqrt{5} - 14 \\ &= -7\sqrt{5} \end{aligned}$$

Développer et réduire :

$$B(x) = 2(x+1)^2 - (2x-4)(6-2x)$$

$$B(x) = 2(x+1)(x+1) - (2x-4)(6-2x)$$

$$B(x) = 2(x^2 + x + x + 1) - (12x - 4x^2 - 24 + 8x)$$

$$B(x) = 2x^2 + 2x + 2x + 2 - 12x + 4x^2 + 24 - 8x$$

$$B(x) = 6x^2 - 16x + 26$$

Résoudre

$$2x - 3 = -7x + 9$$

En ajoutant $7x + 3$ à chaque membre, on obtient une autre équation ayant exactement les mêmes solutions

$$2x + 7x = 9 + 3$$

$$9x = 12$$

En divisant chaque membre par le même nombre 9 (non nul), on obtient une autre équation ayant exactement les mêmes solutions

$$x = \frac{12}{9}$$

$$x = \frac{4}{3}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{\frac{4}{3}\right\}$

Résoudre puis donner l'ensemble des solutions . Justifier

$$3 + \frac{2x-1}{2} = \frac{5x+3}{3}$$

$$\frac{18}{6} + \frac{3(2x-1)}{6} = \frac{2(5x+3)}{6}$$

En multipliant chaque membre par le même nombre 6 (non nul), on obtient une autre équation ayant exactement les mêmes solutions

$$18 + 3(2x - 1) = 2(5x + 3)$$

$$18 + 6x - 3 = 10x + 6$$

$$6x + 15 = 10x + 6$$

En ajoutant $-10x - 15$ à chaque membre, on obtient une autre équation ayant exactement les mêmes solutions

$$6x - 10x = 6 - 15$$

$$-4x = -9$$

En divisant chaque membre par le même nombre -4 (non nul), on obtient une autre équation ayant exactement les mêmes solutions

$$x = \frac{-9}{-4}$$

$$x = \frac{9}{4}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{ \frac{9}{4} \right\}$

On considère la fonction g définie par $g(x) = x^2 - 3x + 5$.

$$g(2\sqrt{3}) = (2\sqrt{3})^2 - 3(2\sqrt{3}) + 5$$

$$g(2\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} - 3 \times 2\sqrt{3} + 5$$

$$g(2\sqrt{3}) = 4 \times 3 - 6\sqrt{3} + 5$$

$$g(2\sqrt{3}) = 17 - 6\sqrt{3}$$

Proposition vraie (admise) : « Si deux nombres sont entiers alors leur produit est un entier »

Sa réciproque est : « Si le produit de deux nombres est un entier alors chacun des nombres est un entier »

Il est facile de trouver un contre-exemple :

- 1,2 et 0,5 sont deux nombres dont le produit est un entier : $1,2 \times 0,5 = 6$

L'hypothèse est vérifiée.

- 1,2 et 0,5 ne sont pas des entiers

La conclusion est niée.

Un seul contre-exemple suffit à prouver qu'une généralité est fausse.

La réciproque est fausse.