

Nom :

Prénom :

Collège :

|         |                                                                                          |    |                                                                                        |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------------|----|----------------------------------------------------------------------------------------|
| 1       | Simplifier (si non simplifiable, le dire) $3x^2 \times 2x^3$                             | 2  | Simplifier (si non simplifiable, le dire) $5 \times \frac{-2}{7}$                      |
| 3       | Ecrire comme une fraction irréductible<br>$\frac{5}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$ | 4  | Calculer $-x^2 + 3x$ pour $x = -1$                                                     |
| 5       | Calculer $10^4 - 10^3$                                                                   | 6  | Simplifier (si non simplifiable, le dire) $5x^3 - 3x^2$                                |
| 7       | Simplifier (si non simplifiable, le dire)<br>$3x^3 \times 2x^3$                          | 8  | Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = x^2 - 9x$<br>Calculer l'image de $-7$ par $f$ |
| 9       | Résoudre $\frac{2x}{3} = 9$                                                              | 10 | Simplifier (si non simplifiable, le dire) $3x^3 + 2x^3$                                |
| 11      | Calculer $-4^2 - 3 \times 7$                                                             | 12 | Simplifier (si non simplifiable, le dire)<br>$(2x^2)^3$                                |
| 13      | Simplifier (si non simplifiable, le dire)<br>$\frac{x^2}{3} + x^2$                       | 14 | Résoudre $\frac{2}{3}x = -7$                                                           |
| 15      | Ecrire comme une fraction irréductible<br>$\frac{-5}{7} \times \frac{-8}{7}$             | 16 | Ecrire comme une fraction irréductible<br>$-\frac{9}{7} + \frac{2}{3}$                 |
| 17      | Ecrire comme une fraction irréductible $\frac{-15}{14} \times \frac{49}{-9}$             | 18 | Simplifier $3(2x \times 7)$                                                            |
| 19      | Encadrer $\sqrt{130}$ par deux entiers consécutifs                                       | 20 | Calculer $0,795 \times 10^9 - 0,6 \times 10^7$                                         |
| Score : |                                                                                          |    |                                                                                        |
| / 20    |                                                                                          |    |                                                                                        |

**Question 1** Simplifier si possible (si non simplifiable, le dire)  $3x^2 \times 2x^3$

$$\begin{aligned} 3x^2 \times 2x^3 &= 3 \times x \times x \times 2 \times x \times x \times x \\ &= 3 \times 2 \times x \times x \times x \times x \times x \\ &= 6x^5 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} x^2 \text{ est l'écriture abrégée de } x \times x \text{ et } x^3 \text{ celle de } x \times x \times x \\ \text{il n'y a que des multiplications, l'ordre peut être changé} \\ \text{car } x^5 \text{ est l'écriture abrégée de } x \times x \times x \times x \times x \end{array} \right.$$

**Question 2** Simplifier (si possible)  $5 \times \frac{-2}{7}$

$$5 \times \frac{-2}{7} = \frac{5}{1} \times \frac{-2}{7} = \frac{5 \times (-2)}{1 \times 7} = -\frac{10}{7}$$

Pour multiplier des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Autre explication :

Dans  $5 \times \frac{-2}{7}$  il y a une multiplication et une division qui ont la même priorité.

On peut commencer par  $5 \times (-2)$  puis faire la division par 7 donc  $5 \times \frac{-2}{7} = \frac{-10}{7} = -\frac{10}{7}$

**Question 3** Ecrire comme une fraction irréductible  $\frac{5}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$

La règle des priorités impose de commencer par la multiplication avant l'addition

$$\begin{aligned} \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} &= \frac{5}{2 \times 3} \times \frac{2}{3} && \text{comme il n'y a que multiplications et division, l'ordre n'a pas d'importance} \\ &= \frac{2}{2} \times \frac{5}{3 \times 3} \\ &= 1 \times \frac{5}{9} = \frac{5}{9} \end{aligned}$$

$$\frac{5}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{6} + \frac{5}{9}$$

Pour additionner des fractions, il faut réduire au même dénominateur

$$\begin{aligned} &= \frac{5 \times 3}{6 \times 3} + \frac{5 \times 2}{9 \times 2} \\ &= \frac{15}{18} + \frac{10}{18} \\ &= \frac{15+10}{18} \\ &= \frac{25}{18} \end{aligned}$$

Explications ?  $\frac{5}{6} = \frac{5}{6} \times 1 = \frac{5}{6} \times \frac{3}{3} = \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{15}{18}$  multiplications et divisions même priorité

**Question 4** Calculer  $-x^2 + 3x$  pour  $x = -1$

Quand on remplace une lettre par une valeur ou une expression, il est fortement conseillé de mettre des parenthèses pour respecter à coup sûr la règle des priorités

$$-x^2 + 3x = -(-1)^2 + 3(-1) = -(-1) \times (-1) - 3 = -1 - 3 = -4$$

**Question 5** Calculer  $10^4 - 10^3$

$$10^4 + 10^3 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 - 10 \times 10 \times 10 = 10\,000 - 1\,000 = 9\,000$$

**Question 6** Simplifier si possible (si non simplifiable, le dire)  $5x^3 - 3x^2$

$5x^3 - 3x^2$  ne se simplifie pas

car  $5x^3 - 3x^2 = 5 \times x \times x \times x - 3 \times x \times x$

d'après la règle des priorités, il faudrait commencer par les multiplications mais on ne peut pas les faire

Eventuellement, on peut factoriser  $x \times x$  le facteur commun (multiplication commune) aux deux termes  $5 \times x \times x \times x$  et  $3 \times x \times x$  donc

$$5x^3 - 3x^2 = 5 \times x \times x \times x - 3 \times x \times x = x \times x \times (5x - 3) = x^2(5x - 3)$$

$x^2(5x - 3)$  n'est pas plus simple (ni plus compliqué) que  $5x^3 - 3x^2$  mais peut rendre de grands services.

**Question 7** Simplifier si possible (si non simplifiable, le dire)  $3x^3 \times 2x^3$

|                                                                                       |                                                                                                                                                                                                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $3x^3 \times 2x^3 = 3 \times x \times x \times x \times 2 \times x \times x \times x$ | $x^3$ est l'écriture abrégée de $x \times x \times x$<br>que des multiplications, l'ordre peut-être changé<br>car $x^6$ est l'écriture abrégée de $x \times x \times x \times x \times x \times x$ |
| $= 3 \times 2 \times x \times x \times x \times x \times x \times x$                  |                                                                                                                                                                                                    |
| $= 6x^6$                                                                              |                                                                                                                                                                                                    |

**Question 8** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x^2 - 9x$ . Calculer l'image de  $-7$  par  $f$

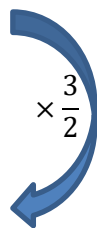
On remplace (on dit parfois « on *substitue* »)  $x$  par  $(-7)$

Rappel : quand on remplace une lettre par une valeur ou une expression, il est fortement conseillé de mettre des parenthèses pour respecter à coup sûr la règle des priorités

$$f(x) = (-7)^2 - 9(-7) = 49 + 63 = 112$$

**Question 9** Résoudre  $\frac{2x}{3} = 9$

$$\frac{2x}{3} = 9$$



En multipliant ou divisant chaque membre d'une équation par un même nombre non nul,

on obtient une autre équation qui a exactement les mêmes solutions.

Dit autrement, on a changé l'équation mais pas les solutions

$$\frac{2x}{3} \times \frac{3}{2} = 9 \times \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times x = \frac{9 \times 3}{2}$$

$$1x = \frac{27}{2}$$

$$x = \frac{27}{2}$$

L'équation a une seule solution  $\frac{27}{2}$

il n'y a que des multiplication et division, l'ordre de calcul n'a pas d'importance

**Question 10** Simplifier si possible (si non simplifiable, le dire)  $3x^3 + 2x^3$

$$3x^3 + 2x^3 = 3 \times x \times x \times x + 2 \times x \times x \times x$$

d'après la règle des priorités, il faudrait commencer par les multiplications mais on ne peut pas les faire

**sauf** qu'il s'agit de la même multiplication par  $x^3$  aux deux termes  $3x^3$  et  $2x^3$

on peut mettre le  $x^3$  en **facteur commun** (multiplication commune)

$$3x^3 + 2x^3 = 3 \times x^3 + 2 \times x^3 = (3 + 2) \times x^3 \text{ et on peut calculer la parenthèse} \\ = 5x^3$$

**Question 11** Calculer  $-4^2 - 3 \times 7$

D'après la règle des priorités, ce qu'on calcule en dernier c'est les + et - non entre parenthèse. On calcule :

- $-4^2 = -1 \times 4^2 = -1 \times 4 \times 4 = -4$  le - n'est pas dans le carré  $-4^2 \neq (-4)^2$
- $-3 \times 7 = -21$

$$-4^2 - 3 \times 7 = -16 - 21 = -37$$

**Question 12** Simplifier si possible (si non simplifiable, le dire)  $(2x^2)^3$

$$(2x^2)^3 = 2x^2 \times 2x^2 \times 2x^2 \quad \text{car un } a^3 \text{ est une écriture abrégée de } a \times a \times a \\ = 2 \times x \times x \times 2 \times x \times x \times 2 \times x \times x \quad \text{car } x^2 \text{ est l'écriture abrégée de } x \times x \\ = 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x \times x \times x \times x \quad \text{des multiplications, l'ordre n'a pas d'importance} \\ = 8x^6 \quad x^6 \text{ est l'écriture abrégée de } x \times x \times x \times x \times x \times x$$

**Question 13** Simplifier (si possible)  $\frac{x^2}{3} + x^2$

Pour additionner des quotients (un quotient est le résultat d'une division), on réduit au même dénominateur

$$x^2 = 1 \times x^2 = \frac{3}{3} \times x^2 = \frac{3x^2}{3} \quad \text{ceci s'appuie sur « les multiplications et les divisions ont la même priorité »}$$

$$\frac{x^2}{3} + x^2 = \frac{x^2}{3} + \frac{3x^2}{3} = \frac{1 \times x^2 + 3 \times x^2}{3} = \frac{(1+3) \times x^2}{3} = \frac{4x^2}{3}$$

**Question 14** Résoudre  $\frac{2}{3}x = -7$

Première explication

$\frac{2}{3}x$  est l'écriture abrégée de  $\frac{2}{3} \times x$ .

Faire le contraire d'une multiplication par  $\frac{2}{3}$ , c'est faire une division par  $\frac{2}{3}$

$$\frac{2}{3}x = -7$$

$$\times \frac{3}{2}$$

En multipliant ou divisant chaque membre d'une équation par un même nombre non nul, on obtient une autre équation qui a exactement les mêmes solutions.

$$x = \frac{-7}{\frac{2}{3}}$$

$$x = -7 \times \frac{3}{2} = -\frac{21}{2}$$

car diviser par  $\frac{2}{3}$  revient à multiplier par son inverse  $\frac{3}{2}$

L'équation a une seule solution  $-\frac{21}{2}$

### Seconde explication

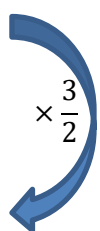
Dans le membre de gauche de l'équation, on a  $\frac{2}{3}x$ , nous on aimerait obtenir  $1x$

Or deux nombres sont dits *inverses l'un de l'autre* quand le résultat de leur multiplication est 1

L'inverse de  $\frac{2}{3}$  est  $\frac{3}{2}$  car :  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2}{2} \times \frac{3}{3} = 1 \times 1 = 1$

D'où l'idée de multiplier chaque membre par  $\frac{3}{2}$

$$\frac{2}{3}x = -7$$



En multipliant ou divisant chaque membre d'une équation par un même nombre non nul, on obtient une autre équation qui a exactement les mêmes solutions.

$$1x = -7 \times \frac{3}{2} = -\frac{21}{2}$$

L'équation a une seule solution  $-\frac{3}{2}$

### Question 15 Ecrire comme une fraction irréductible $\frac{-5}{7} \times \frac{-8}{7}$

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{-5}{7} \times \frac{-8}{7} = \frac{-5 \times (-8)}{7 \times 7} = \frac{40}{49}$$

Explication : Dans  $\frac{-5}{7} \times \frac{-8}{7}$ , il n'y a que des multiplications et des divisions donc l'ordre de calcul n'a pas d'importance : on peut commencer par  $-5 \times (-8)$  et  $7 \times 7$  puis faire la division des deux résultats

Rappel :  $\frac{40}{49}$  est bien un nombre : c'est ainsi que l'on note le résultat exact de 40 divisé par 49

### Question 16 Ecrire comme une fraction irréductible $-\frac{9}{7} + \frac{2}{3}$

Remarque :  $\frac{-9}{7} = -\frac{9}{7}$  en effet la règle des signes indique que « - divisé par + donne - »

$\frac{9}{-7} = -\frac{9}{7}$  en effet la règle des signes indique que « + divisé par - donne - »

Ainsi :  $\frac{-9}{7} = \frac{9}{-7} = -\frac{9}{7}$

Les multiplications et les divisions ont la même priorité : l'ordre de calcul n'a pas d'importance



$$-\frac{9}{7} = 1 \times \frac{-9}{7} = \frac{3}{3} \times \frac{-9}{7} = \frac{3 \times (-9)}{3 \times 7} = \frac{-27}{21}$$

Ainsi,  $-\frac{9}{7}$  et  $-\frac{27}{21}$  sont deux écritures différentes du **même** nombre

Dit autrement, « -9 divisé par 7 » et « -27 divisé par 21 » donnent exactement le même résultat

Dans une suite de multiplications et divisions,  
l'ordre de calcul n'a pas d'importance

$$\frac{2}{3} = 1 \times \frac{2}{3} = \frac{7}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{7 \times 2}{7 \times 3} = \frac{14}{21}$$


Ainsi,  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{14}{21}$  sont deux écritures différentes du **même** nombre : à la place d'une écriture, on peut écrire l'autre.

$$-\frac{9}{7} + \frac{2}{3} = -\frac{9 \times 3}{7 \times 3} + \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = -\frac{27}{21} + \frac{14}{21} \quad \text{on a simplement remplacé chaque nombre par une autre de ses écritures}$$

Comment expliquer le calcul de  $-\frac{27}{21} + \frac{14}{21}$  ? Avec une factorisation à l'aide d'un facteur commun !

$$\frac{-27}{21} + \frac{14}{21} = -27 \times \frac{1}{21} + 14 \times \frac{1}{21} = (-27 + 14) \times \frac{1}{21} = -13 \times \frac{1}{21} = -\frac{13}{1} \times \frac{1}{21} = -\frac{13 \times 1}{1 \times 21} = -\frac{13}{21}$$

En résumé :

$$-\frac{9}{7} + \frac{2}{3} = -\frac{9 \times 3}{7 \times 3} + \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = -\frac{27}{21} + \frac{14}{21} = \frac{-27+14}{21} = -\frac{13}{21}$$

**Question 17** Ecrire comme une fraction irréductible  $\frac{-15}{14} \times \frac{49}{-9}$

$$\begin{aligned} \frac{-15}{14} \times \frac{49}{-9} &= \frac{15}{14} \times \frac{49}{9} \\ &= \frac{3 \times 5}{2 \times 7} \times \frac{7 \times 7}{3 \times 3} \\ &= \frac{3}{3} \times \frac{7}{7} \times \frac{5 \times 7}{2 \times 3} \\ &= 1 \times 1 \times \frac{35}{6} \\ &= \frac{35}{6} \end{aligned}$$

d'après la règle des signes

il vaut mieux simplifier avant d'effectuer les multiplications

les multiplications et les divisions ont la même priorité

**Question 18** Simplifier  $3(2x \times 7)$

$$3(2x \times 7) = 3 \times (2 \times x \times 7)$$

Dans le calcul, il n'y a que des multiplications

Les parenthèses autour de  $2x \times 7$  indiquent qu'il faudrait commencer par cette multiplication mais comme toutes les multiplications ont la même priorité, ces parenthèses ne servent à rien. Ainsi :

$$3 \times (2x \times 7) = 2x \times (3 \times 7) = 7 \times (3 \times 2x) = 3 \times 2x \times 7 \quad \text{on n'écrit pas les parenthèses inutiles}$$

$$3(2x \times 7) = 3 \times 2 \times x \times 7 = 3 \times 2 \times 7 \times x = 42x$$

Ne pas confondre :

$3(2x + 7)$  où l'on peut utiliser la distributivité de la multiplication sur les additions et les soustractions avec  $3(2x \times 7)$  où il n'y a pas de distributivité !

**Question 19** Encadrer  $\sqrt{130}$  par deux entiers consécutifs

Les carrés de nombres de 1 à 16 dont à connaître par cœur (le programme de collège demandait de 1 à 12) !

$$11^2 = 121 \quad 12^2 = 144 \quad 13^2 = 169 \quad 14^2 = 196 \quad 15^2 = 225 \quad 16^2 = 256$$

Comme  $121 < 130 < 144$

Leurs racines carrées sont dans le même ordre

$$\sqrt{121} < \sqrt{130} < \sqrt{144}$$

Par définition :

La racine carrée de 121 est **le** nombre positif dont le carré est 121  $\sqrt{121} = 11$

L'autre nombre dont le carré est 121 s'écrit  $-\sqrt{121}$

La racine carrée de 144 est **le** nombre positif dont le carré est 144 :  $\sqrt{144} = 14$

L'autre nombre dont le carré est 144 s'écrit  $-\sqrt{144}$

$$\sqrt{121} < \sqrt{130} < \sqrt{144}$$

$$\text{Donc } 11 < \sqrt{130} < 12$$

on a bien encadré  $\sqrt{130}$  par 11 et 12 qui sont deux entiers consécutifs.

Dit autrement :  $\sqrt{130} \approx 11, \dots$

**Question 20** Calculer  $0,795 \times 10^9 - 0,6 \times 10^7$

$$\begin{aligned} 0,795 \times 10^9 &= \mathbf{0,795 \times 10 \times 10} \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \text{ car } 10^9 = 10 \times \dots \times 10 \text{ avec 9 facteurs} \\ &= \mathbf{79,5} \times 10^7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,795 \times 10^9 - 0,6 \times 10^7 &= 79,5 \times \mathbf{10^7} - 0,6 \times \mathbf{10^7} && \text{la multiplication par } 10^7 \text{ est commune aux deux termes} \\ &= (79,5 - 0,6) \times \mathbf{10^7} && \text{on a factorisé le facteur commun} \\ &= 78,9 \times 10^7 \end{aligned}$$

On peut aussi en donner l'écriture scientifique :  $78,9 \times 10^7 = 7,89 \times 10^8$