

IV. Position relative de deux courbes

Exercice : Soit f et g les deux fonctions définies par: $f(x) = 3x^2 + 7x - 5$ et $g(x) = -7x^2 + x - 5$
Etudier les positions relatives de C_f et de C_g .

Solution

- On étudie le signe de $f(x) - g(x)$

$$f(x) - g(x) = 3x^2 + 7x - 5 - (-7x^2 + x - 5) = 3x^2 + 7x - 5 + 7x^2 - x + 5 = 10x^2 + 6x = x(10x + 6)$$

x positif ? $x \geq 0$	x négatif ? $x \leq 0$	$10x + 6$ positif ? $10x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow 10x \geq -6 \Leftrightarrow x \geq -\frac{6}{10} \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{5}$	$10x + 6$ négatif ? $x \leq -\frac{3}{5}$
-----------------------------	-----------------------------	--	--

Valeurs de x	$-\infty$	$-\frac{3}{5}$	0	$+\infty$
Signe de x			0	+
Signe de $10x + 6$	-	0	+	+
Signe de $x(10x + 6)$	+	0	0	+

- On interprète le tableau de signes

Pour $x \in]-\infty; -\frac{3}{5} [\cup] 0; +\infty [$	$f(x) - g(x) > 0$	donc $f(x) > g(x)$	donc C_f est au-dessus de C_g
Pour $x \in]-\frac{3}{5}; 0 [$	$f(x) - g(x) < 0$	donc $f < g(x)$	donc C_f est en-dessous de C_g
Pour $x = -\frac{3}{5}$ et $x = 0$	$f(x) - g(x) = 0$	donc $f(x) = g(x)$	donc C_f coupe C_g

IV. Position relative de deux courbes

Exercice : Soit f et g les deux fonctions définies par: $f(x) = 3x^2 + 7x - 5$ et $g(x) = -7x^2 + x - 5$
Etudier les positions relatives de C_f et de C_g .

Solution

- On étudie le signe de $f(x) - g(x)$

$$f(x) - g(x) = 3x^2 + 7x - 5 - (-7x^2 + x - 5) = 3x^2 + 7x - 5 + 7x^2 - x + 5 = 10x^2 + 6x = x(10x + 6)$$

x positif ? $x \geq 0$	x négatif ? $x \leq 0$	$10x + 6$ positif ? $10x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow 10x \geq -6 \Leftrightarrow x \geq -\frac{6}{10} \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{5}$	$10x + 6$ négatif ? $x \leq -\frac{3}{5}$
-----------------------------	-----------------------------	--	--

Valeurs de x	$-\infty$	$-\frac{3}{5}$	0	$+\infty$
Signe de x			0	+
Signe de $10x + 6$	-	0	+	+
Signe de $x(10x + 6)$	+	0	0	+

- On interprète le tableau de signes

Pour $x \in]-\infty; -\frac{3}{5} [\cup] 0; +\infty [$	$f(x) - g(x) > 0$	donc $f(x) > g(x)$	donc C_f est au-dessus de C_g
Pour $x \in]-\frac{3}{5}; 0 [$	$f(x) - g(x) < 0$	donc $f < g(x)$	donc C_f est en-dessous de C_g
Pour $x = -\frac{3}{5}$ et $x = 0$	$f(x) - g(x) = 0$	donc $f(x) = g(x)$	donc C_f coupe C_g