

Préparer les tableaux de signes

I. Utilisation de règles connues

1. Pour déterminer le signe d'un produit ou d'un quotient, on utilise la règle des signes qui est valable pour les multiplications et les additions. *Attention pour un quotient, le dénominateur ne doit pas valoir 0*

2. La somme de deux nombres positifs est positive et la somme de deux nombres négatifs est négative.
Pour la somme d'un positif et d'un négatif, on ne peut pas savoir car cela dépend de leurs valeurs absolues (distance à 0) : $3 + (-5) = -2$ tandis que $(-3) + 5 = 2$

3. Pour le signe d'une différence $a - b$ et $b - a$,

• Quand $a < b$ en ajoutant $-b$ à chaque membre, on obtient : $a - b < 0$

Le plus petit

Le plus grand

• Quand $a > b$ en ajoutant $-b$ à chaque membre, on obtient : $a - b > 0$

Le plus grand

Le plus petit

4. Le résultat d'un carré est toujours un nombre positif

Preuve par
disjonction
des cas !

En effet : si $x \geq 0$ $x^2 = x \times x$ et comme $+$ $\times$ $+$ donne $+$, on a : x^2 de signe $+$
si $x \leq 0$ $x^2 = x \times x$ et comme $-$ $\times$ $-$ donne $+$, on a : x^2 de signe $+$

5. $-a$ est une écriture abrégée $-a = -1 \times a$ donc a et $-a$ ont des signes opposés.

II. Expressions de signe constant ?

Enoncé Uniquement pour les expressions de signe constant, dresser leur tableau de signes.

$$3x^2 + 7 \quad | \quad -8x - 4 \quad | \quad -x^2 + 16 \quad | \quad -6 \quad | \quad -x \quad | \quad -(x - 9)^2 \quad | \quad -3x^2 - 7 \quad | \quad \sqrt{x}$$

Réponses

• $3x^2 + 7$ est la somme de 7 et du nombre positif $3x^2$ donc $3x^2 + 7 \geq 7$

Plus formellement $x^2 \geq 0$ en multipliant chaque membre par 3 qui est positif non nul
 $3x^2 \geq 0$ en additionnant 7 à chaque membre
 $3x^2 + 7 \geq 7$
Donc $3x^2 + 7$ est strictement positif.

Valeurs de x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $3x^2 + 7$		+

• Le signe de $-8x - 4$ dépend de x : on ajoute $-8x$ et -4 qui ne sont pas forcément de même signe.

• Le signe de $-x^2 + 16$ dépend de la valeur de x

• -6 est toujours négatif (et il ne vaut jamais 0 !)

Valeurs de x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de -6 on a : $-6 = 0x - 6$		-

- $-(x-9)^2 = -1 \times (x-9)^2$ or $- \times +$ donne $-$ donc $-(x-9)^2$ est toujours de signe $-$
 Bien penser que l'expression peut valoir 0 : $-(x-9)^2 = 0 \Leftrightarrow -1 \times (x-9) \times (x-9) = 0 \Leftrightarrow x = 9$

Valeurs de x	$-\infty$	9	$+\infty$
Signe de $-(x-9)^2$		0	
	$-$		$-$

- $-3x^2 - 7 = (-3x^2) + (-7)$ Somme de deux nombres négatifs donc le résultat est négatif.

Valeurs de x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $-3x^2 - 7$		
	$-$	

- Rappel : $\sqrt{x}$ n'est défini que pour des **valeurs de x positives** (ou nul) et $\sqrt{0} = 0$

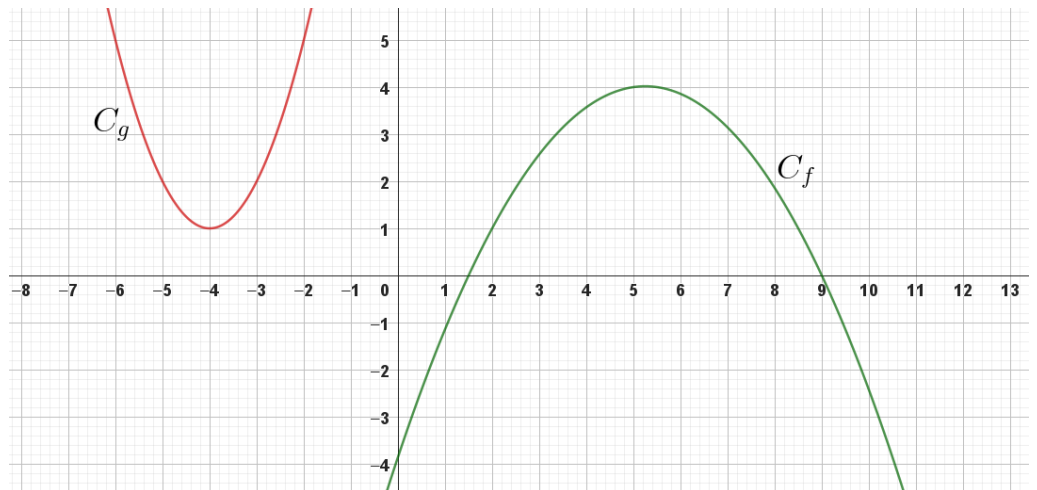
Valeurs de x	0	$+\infty$
Signe de $\sqrt{x}$	0	
	$+$	

III. Tableaux de signes et représentations graphiques

Savoir lire graphiquement : de la position de la courbe au tableau de signes

f et g sont deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ dont les représentations graphiques sont données ci-dessus.

Par lectures graphiques, donner les tableaux de signes de $f(x)$ et de $g(x)$



Réponses

C_g est au-dessus de l'axe des abscisses
 Donc les points de C_g ont leurs ordonnées strictement positives.

Valeurs de x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $g(x)$		
	$-$	

Pour $x < 1,5$
 Pour $1,5 < x < 9$
 Pour $x > 9$
 Pour $x = 1,5$ et $x = 9$

C_f est en-dessous de l'axe des abscisses donc $f(x) < 0$
 C_f est au-dessus de l'axe des abscisses donc $f(x) > 0$
 C_f est en-dessous de l'axe des abscisses donc $f(x) < 0$
 C_f coupe l'axe des abscisses donc $f(1,5) = f(9) = 0$

Valeurs de x	$-\infty$	1,5	9	$+\infty$
Signe de $f(x)$		0	0	
	$-$		$+$	$-$

Savoir interpréter graphiquement : du tableau de signes à la position de la courbe

Valeurs de x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$
Signe de $f(x)$		0	0	
	$-$		$+$	$+$

En s'appuyant sur le tableau de signes, préciser la position de C_f par rapport à l'axe des abscisses.

Réponses

- Pour $x \in]-\infty; -5[$ on a : $f(x) < 0$
 Donc C_f est en-dessous de l'axe des abscisses
- Pour $x \in]-5; 2[\cup]2; +\infty[$ on a : $f(x) > 0$
 Donc C_f est au-dessus de l'axe des abscisses
- Pour $x = -5$ et $x = 2$, $f(x) = 0$
 Donc C_f coupe l'axe des abscisses