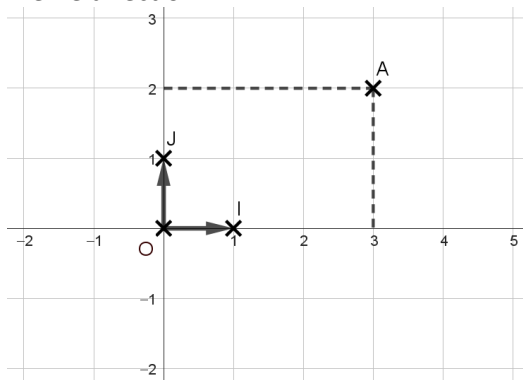
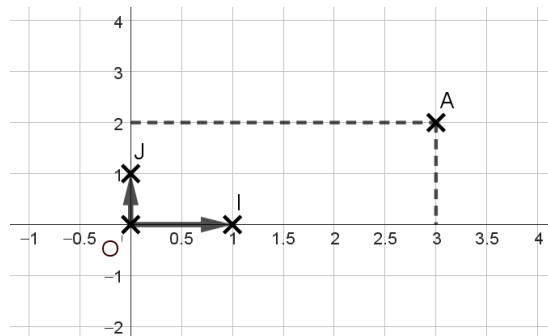


I. Notion de repère (Connaitre le vocabulaire)

Un **repère** du plan est la donnée d'un point appelé origine et de deux vecteurs $\vec{OI}$ et $\vec{OJ}$ non nuls n'ayant pas la même direction.



Le triangle OIJ est rectangle et isocèle, on dit que le repère $(O; \vec{OI}; \vec{OJ})$ est **orthonormé**



Le triangle OIJ est rectangle, on dit que le repère $(O; \vec{OI}; \vec{OJ})$ est **orthogonal**

Dans les deux cas, le point A a pour **coordonnées** $(3; 2)$. L'**abscisse** de A est 3 et l'**ordonnée** de A est 2.

II. En route vers la notion d'équation de courbe

« Dessiner » la formule $\frac{1}{2}(x-1)^2 - 7$

On peut représenter cette formule par l'ensemble des points dont l'**ordonnée** est le **résultat** de la formule appliquée à l'**abscisse**.

Pour $x = -5$, le résultat de la formule est : $0,5(5-1)^2 - 7 = 11$. Le point $A(-5; 11)$ fait partie de la courbe.

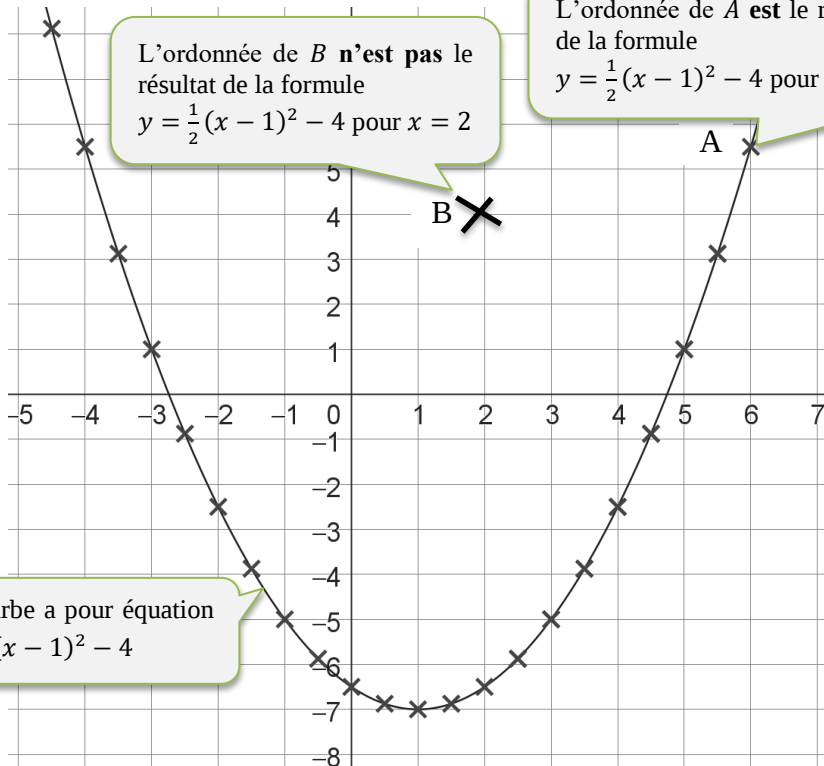
Souvent la recherche de points est mise dans un



Puis on place les points dans un repère : on place **suffisamment** de points pour avoir une allure précise de la courbe.

tableau de valeurs

x	y
-5,5	14,125
-5	11
-4,5	8,125
-4	5,5
-3,5	3,125
-3	1
-2,5	-0,875
-2	-2,5
-1,5	-3,875
-1	-5
-0,5	-5,875
0	-6,5
0,5	-6,875
1	-7
1,5	-6,875
2	-6,5
2,5	-5,875
3	-5
3,5	-3,875
4	-2,5
4,5	-0,875
5	1
5,5	3,125
6	5,5
6,5	8,125



On n'est certain que des points dont on a calculé les coordonnées. Les autres points (ceux qui sont sur le trait de la courbe) sont « devinés » : on fait le « pari » de la régularité ... mais il y a des surprises parfois !

Equation de courbe

En général, l'abscisse d'un point se note x et son ordonnée se note y .

- Pour le point A , $x = 6$ et $y = 5,5$

Comme A est sur la courbe, $(6 ; 5,5)$ est une solution de l'équation donc pour A , $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 - 7$

- Pour le point B , $x = 2$ et $y = 4$

B n'est pas sur la courbe, $(2 ; 4)$ n'est pas une solution de l'équation donc pour B , $y \neq \frac{1}{2}(x - 1)^2 - 7$

Ainsi, l'équation $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 - 7$ est vérifiée par **tous** les points de la courbe et **seulement** par les points de la courbe.

A retenir



Une *équation d'une courbe* est une relation vérifiée par les coordonnées de tous les points de la courbe et seulement par eux.

C'est une condition nécessaire et suffisante pour qu'un point appartienne à la courbe :

- si un point appartient à la courbe alors ses coordonnées sont une solution de l'équation
- si les coordonnées d'un point ne sont pas solution de l'équation alors le point n'appartient pas à la courbe

Savoir-faire 1 : Savoir tester si un point appartient à une courbe

Soit « C la courbe d'équation $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 - 7$ » ce qu'on peut écrire en abrégé « $C: y = 4x^2 - 1$ »

Les points $A\left(-\frac{1}{3} ; -\frac{5}{9}\right)$ et $B(1,414, 7)$ sont-ils sur C ?

Correction

a) $4\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = 4 \times \frac{1}{9} - 1 = \frac{4}{9} - 1 = \frac{4}{9} - \frac{9}{9} = -\frac{5}{9}$

donc pour le point A son ordonnée est le résultat de la formule appliquée à son abscisse donc $A \in C$

b) $4 \times (1,414)^2 - 1 \approx 6,99758$

Donc pour le point B son ordonnée **n'est pas** le résultat de la formule appliqué à son abscisse donc $B \notin C$

Savoir-faire 2 : Savoir donner des points d'une courbe

Soit C la courbe d'équation $y = -x^3 - x^2 + 3$. Donner trois points de C

Correction On choisit n'importe quelle valeur pour x , on calcule l'ordonnée en appliquant la formule.

- Pour $x = -1$ $y = -(-1)^3 - (-1)^2 + 3 = 3$ donc $A(-1 ; 3) \in C$
- Pour $x = 0$ $y = -(0)^3 - (0)^2 + 3 = 3$ donc $B(0 ; 3) \in C$
- Pour $x = 1$ $y = -(1)^3 - (1)^2 + 3 = 1$ donc $C(1 ; 3) \in C$

Une courbe a une infinité d'équation

Soit $C: y = -3x^2 + 10x$. Il est facile de trouver d'autres équations

En ajoutant $3x^2 - 10x$ à chaque membre, on obtient une autre équation ayant les mêmes solutions
 C a aussi pour équation $3x^2 - 10x + y = 0$

En multipliant chaque membre par 5, on obtient une autre équation ayant les mêmes solutions
 C a aussi pour équation $15x^2 - 50x + 5y = 0$

III. Des familles de courbes

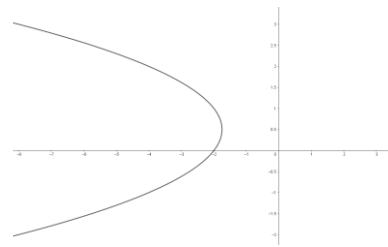
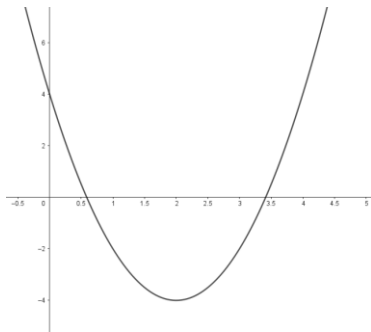
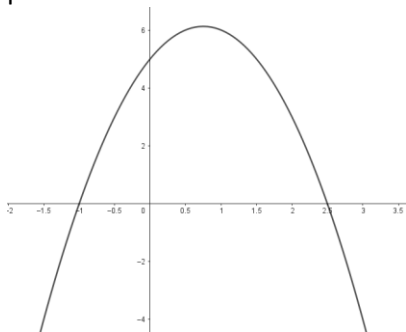
Droites



- Les courbes qui ont une équation de la forme $y = mx + p$ (avec m et p réels donnés) sont des droites
 - Les courbes qui ont une équation de la forme $x = p$ (avec p réel donné) sont des droites
- Si on reconnaît une de ces formes, deux points suffisent pour tracer la courbe car c'est une droite !

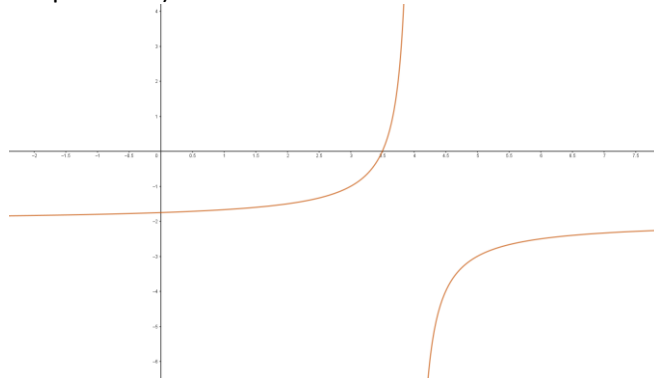
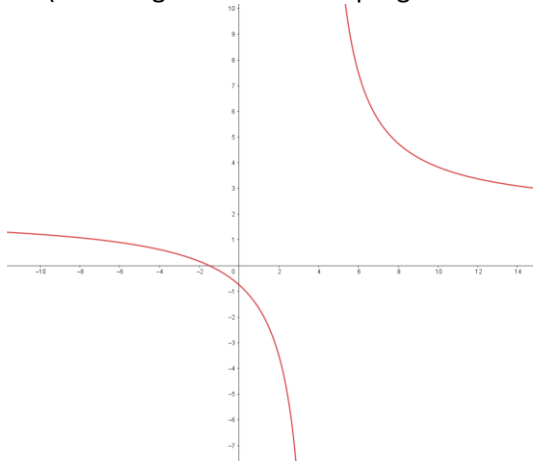
Parabole (modèle général hors du programme de seconde)

Les courbes qui ont une équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$ avec a, b, c réels donnés et $a \neq 0$ sont des paraboles.



Contrairement aux deux autres, cette courbe est bien une parabole mais n'a pas d'équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$

Hyperbole (modèle général hors des programmes de seconde et de première)



Les hyperboles sont des courbes en deux « morceaux »

Les courbes qui ont une équation de la forme $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ avec $ad - bc \neq 0$ sont des hyperboles

Savoir-faire 3 : Savoir tracer, sans calculatrice, en moins de 3 minutes la courbe d'équation $y = x^2$

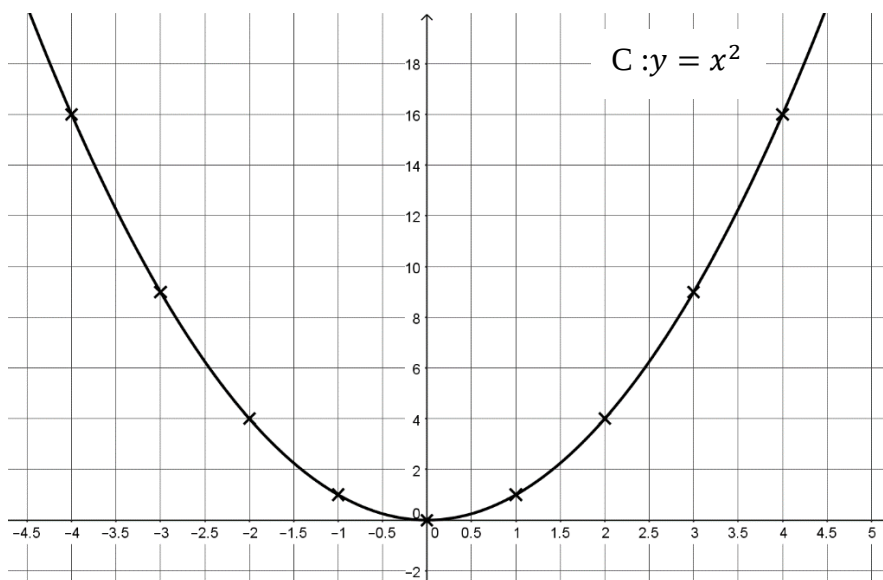
Un tableau de valeur

x	-4	-3	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
x^2	16	9	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	1	4	9	16

Une représentation graphique

La courbe représentative, dans un repère orthogonal, admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie.

La courbe est une parabole.



Savoir-faire 4 : Savoir tracer, sans calculatrice, en moins de 3 minutes la courbe d'équation $y = \frac{1}{x}$

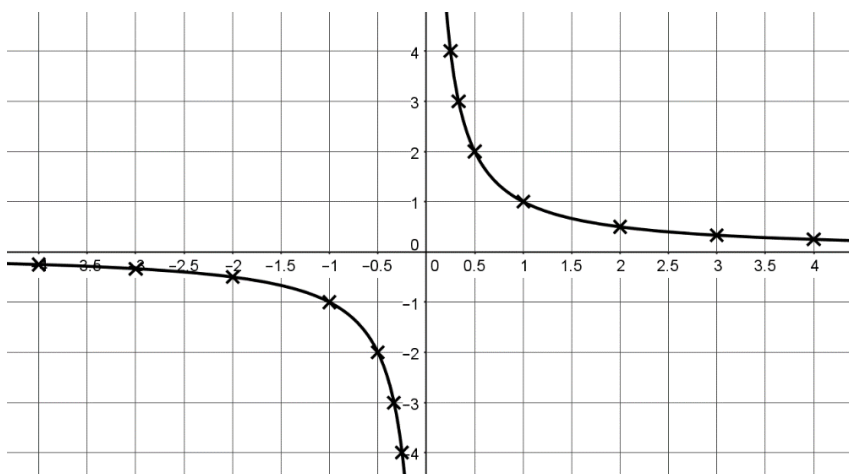
Un tableau de valeur

x	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-3	-4	Non défini	4	3	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Une représentation graphique

La représentation graphique est une hyperbole.

Dans un repère orthogonal, la courbe admet l'origine du repère comme centre de symétrie.



IV. Résolution graphique

Savoir-faire 5 : Savoir résoudre graphiquement une équation et une inéquation

1. Résoudre graphiquement $x^2 - 4 = 8x + 3$. Expliquer.
2. Résoudre graphiquement $x^2 - 4 > 8x + 3$. Expliquer.

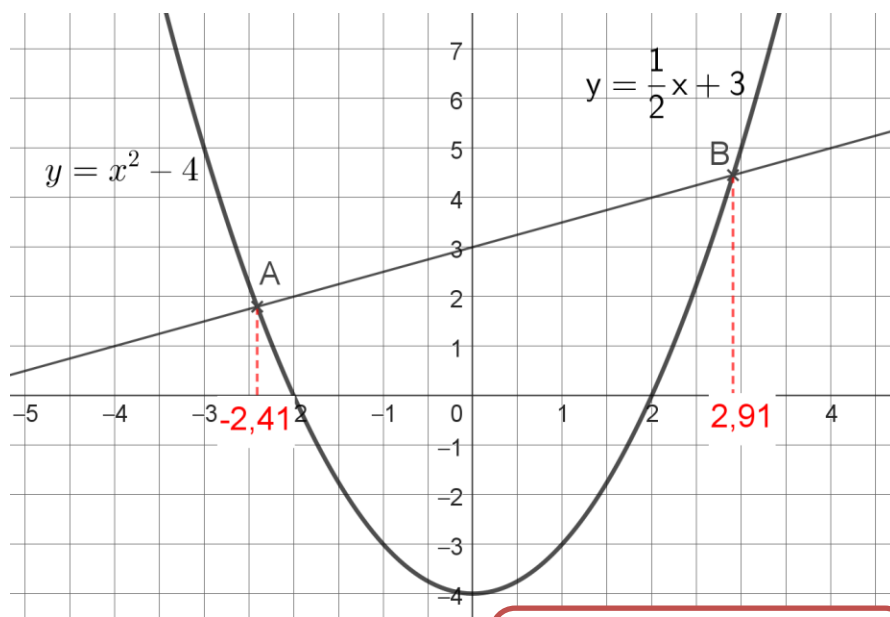
Correction

Pour les deux questions, on trace

- la courbe $C: y = x^2 - 4$
- la courbe $C': y = \frac{1}{2}x + 3$

1. Pour résoudre l'équation $x^2 - 4 = 8x + 3$

- On cherche les points d'intersection des deux courbes.
- On lit leurs abscisses : environ $-2,41$ et environ $2,91$



L'équation a deux solutions environ $-2,41$ et environ $2,91$

L'ensemble des solutions est $\{a; b\}$ avec $a \approx -2,41$ et $b \approx 2,91$

Les résolutions graphiques ne permettent de faire que des conjectures (suppositions)

2. Pour résoudre l'inéquation $x^2 - 4 > 8x + 3$

- On cherche les points de C qui sont au-dessus de C'
- On lit leurs abscisses

L'ensemble des solutions semble être $] -\infty; a[\cup]b; +\infty[$ avec $a \approx -2,41$ et $b \approx 2,91$

c'est-à-dire, les nombres qui sont dans $] -\infty; a[$ ou dans $]b; +\infty[$. Le symbole $\cup$ se lit « union ».